

开

数学黑客的生活之旅

悟

树明 五边◎著

电子工业出版社
Publishing House of Electronics Industry
北京·BEIJING

内 容 简 介

“数学是一切科学的基础”，用好数学就能拥有更美好的未来。本书是一本讲解生活中的数学知识的科普读物，通过通俗易懂的生活案例讲解其背后的数学知识与生活原理。

全书共分为6章。第1章以“穿”为主题主要讲解公平分配的原理，来说明如何通过数学算法找到生活中的最优解。第2章以“吃”为主题讲解数学中的分形、极限，以及奥卡姆剃刀等，来说明如何利用数量和维度简化问题。第3章以“住”为主题讲解货币与空间的价值等，来说明如何构建认知空间。第4章以“行”为主题讲解24点数学游戏等，来说明选择权具有财务价值。第5章以“干”为主题讲解选择与努力的关系，来说明如何寻求最优决策。第6章以“爱”为主题讲解爱遵循的路径等，来说明如何从表象中寻找动机。

全书内容全面、紧贴生活，不仅适用于高校学生梳理数学知识，还适合作为已参加工作的人提升生活质量的指南。

未经许可，不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。
版权所有，侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

开悟：数学黑客的生活之旅 / 树明，五边著.

北京：电子工业出版社，2024. 8. — ISBN 978-7-121-

-48250-2

I. 01-49

中国国家版本馆 CIP 数据核字第 20240YZ045 号

责任编辑：刘 伟

文字编辑：高丽阳

印 刷：三河市华成印务有限公司

装 订：三河市华成印务有限公司

出版发行：电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编：100036

开 本：720×1000 1/16

印张：13.25 字数：254.4 千字

版 次：2024 年 8 月第 1 版

印 次：2024 年 8 月第 1 次印刷

定 价：100.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：(010) 88254888, 88258888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

本书咨询联系方式：faq@phei.com.cn。

自序

开数学门，悟生活路

如果“一分耕耘一分收获”是矗立在心尖最高点的那个伟大光明的白衣王子，那么“不劳而获”就是潜伏在心底最深处的那个猥琐前行的幽暗骑士。其实这也无可厚非，人类为了永生、永美、永动机还奋斗了数世纪，直到高科技社会的今天，仍有“民科”在孜孜不倦地求索。

想不劳而获之物可以有很多：财富、名声、美貌、健康、能力……而能力和前面的东西不在一个层面上，类似于“元知识”之于“知识”，因为有了能力就像拥有了创造一切魔法，其余种种都可以手到擒来。

不过，能力又有很多种：社交、运动、艺术、工程、数学……其中，数学能力可能是最强大的。因为不仅数学能力很容易变现，比如搞金融搞算法赚大钱，而且很容易获得名声：即使不能成为名垂千古的数学家，也能成为网络世界的数学大神，引得无数人仰慕和追捧。将数学作为工具帮助他人改变世界，甚至可以获得美貌，毕竟“智力性感”是社会的新潮流，而数学又是人类智力的皇冠。刚刚逝去的著名数学家、量化投资大神以及超级慈善家西蒙斯就是如此，凭借数学“出道”，收获了以上种种。于是，坐拥数学能力，便有望实现中国人所说的“立德、立功、立言”的“圣人三不朽”。

即便有如此的诱惑，对于不劳而获数学能力，许多人仍不敢奢望。毋庸置疑，数学真的很难，难度趋向于无穷大，让大多数凡人的努力趋向于无穷小，于是，众人畏惧而不敢高攀。但更多的不敢，源于学生时代被数学支配和碾压的恐惧。这种 PTSD（创伤后应激障碍），造成了“当年被数学看不起，如今仍然高攀不起”的“奢望障碍”。

但如果把数学能力产生的收益预期降低一些，从成为人类漫漫的历史长河中的大圣大贤，降低到在世间的点滴的生活工作中高效优雅的凡人，那么数学能力的不劳而获就成为可能，至少要容易和轻松很多，让你我等凡夫俗子都能高攀得起。

而这恰恰是本书的写作目的，不用数学公式和数学推导，讲明白一个数学原理并

将其运用到衣食住行及工作感情之中，帮助读者“升维思考”和“降维打击”，在本已经艰难的生活、工作、感情中，收获一丝轻松、一丝愉悦。这也是本书取名为“开悟”的原因，仅仅是开始悟到数学的一点点边界，而随着从“悟到”到“悟道”的深入，或许还有更多的不劳而获。就像蝙蝠侠被问到他的超能力时可以自豪地回答“I'm rich”，我也希望读者在读过本书之后回答类似问题时，可以轻松地说“I'm good at math”。

最后不能免俗，要感谢我的爱人和两个孩子，他们在爱智美方面给与了我足够的营养，三个人在这三方面有不同权重的贡献，而很难想象那个男孩给了我最多的关于美的体验。还要感谢我的父母，小时候父亲常常坐在客厅备课，而我坐在卧室面对那个从地面到屋顶的大大的书柜，其中塞满了数学、计算机和医学方面的书，让我徜徉书海中一天又一天。最后的最后，还要感谢我的伯父，他是一名数学家，曾陪伴着我骑车“丈量”北京，同时陪伴着我们俩的还有吉米诺维奇。

树明

2024年6月18日

前言

让数学照进生活

在 2024 年的春节联欢晚会上，刘谦的现场近景魔术表演给大家带来了神奇的感觉。如果我们不看刘谦现场那貌似无懈可击的表演手法，而是换个角度思考，就能很快明白为什么会出现这种效果。除了这种节日期间的娱乐性魔术，生活中还有更多的“魔术”在时时上演：

- 街头棋局为什么总是摊主获胜？
- 抖音为什么能准确了解我的个人喜好？
- 高德导航为什么能知道红绿灯的变换时间？
-

这些现象看似无法理解，但只要我们理解了其背后的数学原理，就会发现“魔术”只不过是一种“障眼法”。然而，对于许多人来说，数学似乎仍然是一门神秘而难以捉摸的学科。怎样才能洞察这种“障眼法”，发现其中的奥秘呢？本书的目的是消除你对数学的恐惧，帮助你发现生活中蕴含的数学之美。

这也是我们策划这本书的目的。

本书不依赖数学公式和推导，清晰地解释数学原理并将其运用到生活的方方面面，帮助你提升思维，解决问题，让你在生活、工作和感情中能够获得一丝轻松、一丝愉悦。这也是本书名为“开悟”的原因，因为它代表着对数学边界的一点点理解，随着认识的深入，你或许能够自己从中悟出更多道理。

更重要的是，理解了原理后，你会发现，数学不再是枯燥的数字游戏，而是植根于人类对美的永恒追求。

1. 本书特色

作为生活在现代社会中的普通人，我们每天面对的是如何排队更快、如何多吃几口好饭、如何找到合适的异性朋友、如何给孩子补习功课等日常生活中的难题。

如果能利用好看起来复杂但实际并不复杂的数学思维，则可以让我们的生活和作品更加从容，甚至还能从这些问题中获得几分趣味。

本书主打有用有趣但简单，排版和行文逻辑也是按照生活节奏而来，而不是按照数学的分类和顺序。

本书深入浅出地探讨了数学在我们日常生活中的应用和影响，揭示了数学背后隐藏的无尽魅力。

(1) 有趣：图书以数学为底色，但没有高深的微积分，也没有复杂的方程，而是从小孩子分蛋糕、租客分房租、酒店打折、上班族早高峰打车，以及如何排队更快等切入讲解，帮助人们理解数学是如何解释这个世界的。

(2) 轻松：通过衣、食、住、行及工作和爱情等生活中最常见的案例，解读它们背后的数学知识，让你在生活场景中潜移默化地了解这些知识的应用方式，展示数学在决策过程中的关键作用，让你在下次遇到类似问题时快人一步、胜人一筹。

(3) 图形化：我们通过 AI+ 人工的方式，绘制了一张张优美的图片。看似简单的背后是数学知识的应用，不仅能帮你有效理解案例，也能让你感受数学之美。

(4) 寓用于乐：在以数学为底层思维逻辑，中间穿插经济学、金融学、心理学等专业知识和名词时，我们尽力给出出处及相关的知识背景，以期给你更多的知识展示，寓用于乐。你将在领略数学之美的同时，发现数学与经济、艺术、人文等领域的微妙联系。

2. 本书主要内容

在我们一起开启这段探索之旅之前，先简单介绍一下本书的主要内容。

全书共分为 6 章，第 1 章以“穿”为主题讲解公平分配的原理，以及如何通过数量、维度、空间等多个角度来解决边界问题。通过衣服的颜色搭配技巧，来说明如何通过数学算法找到生活中的最优解。

第2章以“吃”为主题讲解数学中的分形、市场的高效性，并通过极限、奥卡姆剃刀等内容，来教你利用数量和维度简化问题。

第3章以“住”为主题讲解货币与空间价值的关系、收益与时间的关系、概率、Sperner 完美方案等内容，来教你构建认知空间。

第4章以“行”为主题讲解24点游戏、财富自由与股权及期权等内容，告诉你选择权具有财务价值。

第5章以“干”为主题讲解选择与努力的关系、排队的数学法则、归谬法等内容，来教你寻找套利机会，寻求最优决策。

第6章以“爱”为主题讲解爱遵循的路径、傅里叶变换等内容，告诉你仅仅有爱是不够的，还需要通过一些合适的机会，从表象中找寻动机。

全书内容全面、紧贴生活，充满了各种专业名词的背景解读，不仅适用于高校学生梳理数学知识，还适合作为已参加工作的人提升生活质量的指南。

3. 感谢

感谢张彦红老师对此书的帮助，以及高丽阳老师的高质量编辑加工。

虽然我们尽力做得更多，但由于水平有限，书中可能还存在一些疏漏之处，如果你发现请及时联系我们，我们将在改版中更新，在此一并表示衷心感谢！

除本书外，我们还计划根据设定主旨写作“顿悟”“领悟”等系列图书，来阐述个人对身边事情的看法，欢迎你将你发现的问题分享给我们，如果我们采用，将标注出你的大名。

邮箱：6v1206@gmail.com。

刘 伟

2024年6月30日

目录

第1章

穿出温度穿出风度 001

第1节 为什么双胞胎总穿一模一样的衣服 003

第2节 穿衣如何搭配 024

第2章

吃出水平吃出人品 039

第1节 放下屠刀立地成佛，拿起剃刀立即简单 041

第2节 舌尖上的分形，让味道更丰富 048

第3节 点菜是才艺也是博弈 058

第3章

住出空间住出时间 067

第1节 住的是空间但也有时间	069
第2节 吸引力法则	075
第3节 就要分东西，天天都还有关系	081
第4节 脑忙手快脚不乱，早起出门快似箭	089
第5节 漫漫的长夜，数数的相声	092

第4章

行出风景行出效率 107

第1节 一样的路不一样的数	109
第2节 车不在快，有座则灵；活不在早，有劲则行	116
第3节 财富自由靠股权，交通自由靠期权	124
第4节 出门欲行千里路，维度需上一层楼	136

第 5 章

干出能量干出能力 141

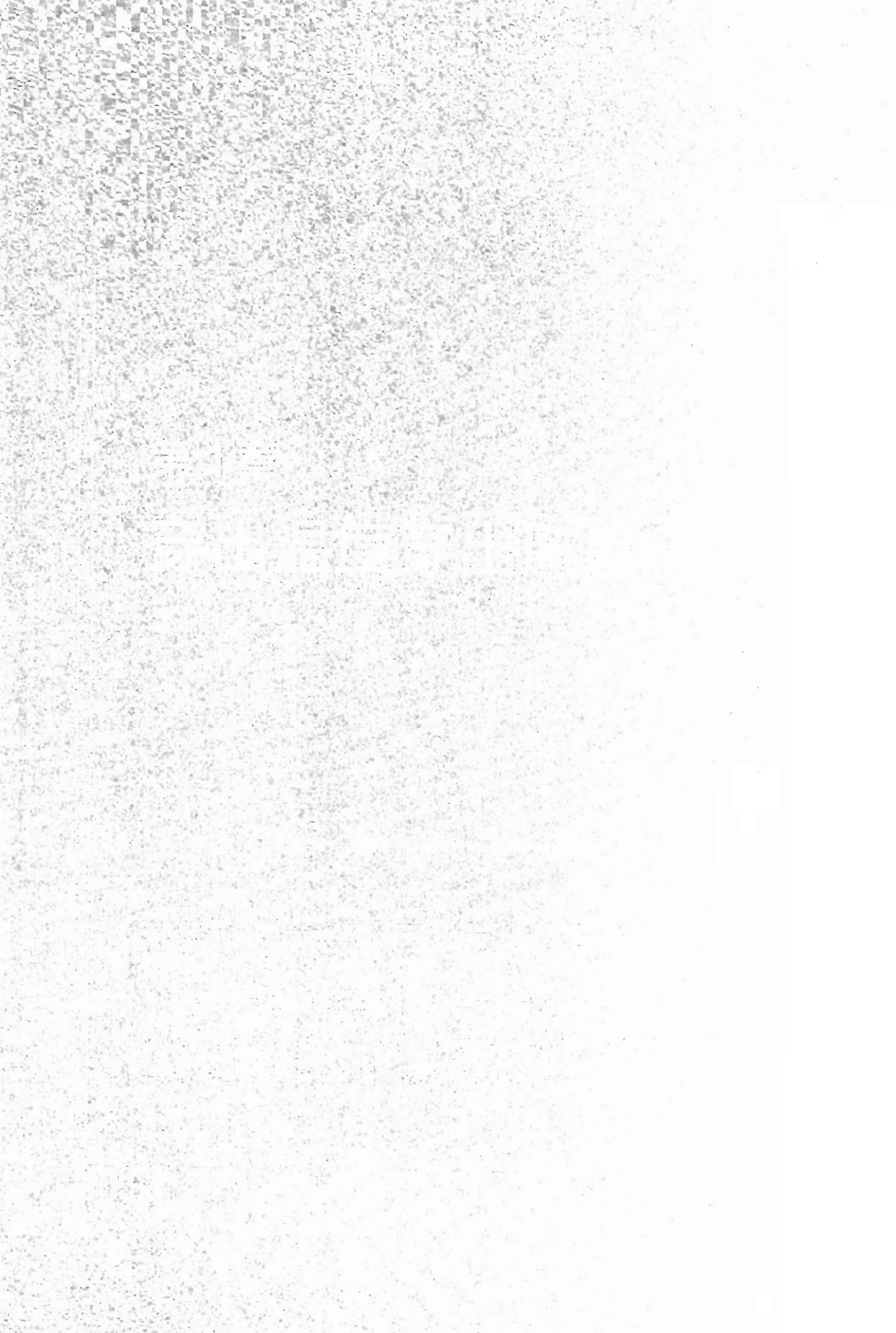
- | | |
|------------------|-----|
| 第 1 节 努力始于有体力 | 143 |
| 第 2 节 选择大于努力 | 154 |
| 第 3 节 即使努力也要心中有数 | 157 |
| 第 4 节 心中有数还要心中有道 | 167 |

第 6 章

爱出规律爱出规矩 175

- | | |
|---------------------|-----|
| 第 1 节 爱，始于规划 | 177 |
| 第 2 节 爱，亦有术 | 189 |
| 第 3 节 爱，除了朱丽叶，还有傅里叶 | 193 |
| 第 4 节 爱你在心，口也要开 | 195 |

后 记 202





第1节

为什么双胞胎总穿一模一样的衣服

“为什么双胞胎总穿一模一样的衣服？”这是一个在网上颇能让人共鸣的问题。问者显然遇到过辨认双胞胎的难题，其无奈感和无力感扑面而来。但很显然，无奈的问者和共鸣的读者，都没有经历过带孩子的痛苦。别说双胞胎的父母，但凡是有两个及以上孩子的父母，都很容易立即参透后面的理由。

首先，这样的平均主义——从购买到穿戴，反映出经济学上的一个概念——规模效应¹：一次性购买多件，分配给两人或多人，如果出现单件损耗，还可以通过互换来维护。而对于每一个做企业、管工厂的人来说，这简直是梦寐以求的。对于为养娃疲于奔命的家长来说，又何尝不是如此。“老大照书养，老二当猪养”的“育儿圣经”，就充分反映了这种从个性化到规模化的思路转变。

其次，也是更为主要的，这不仅是一个审美问题，更是一个社会问题。我们都知，即使是同样价格的两件东西，孩子也总会觉得别人的东西更好。其实也不用责备孩子，很多大人也一样，环顾职场就可以找到不少案例。于是，孩子们就会开始吵闹和争夺，无休无止。而买两件或多件一模一样的东西，则是终极解决方案。这时抢来抢去没有任何意义，孩子随便抓起一件就能出门。即便是摩洛哥元首阿尔贝二世亲王也很难免俗。2022年，他来参加北京冬奥会，在人民大会堂体验面塑制作时，表示想带冰墩墩回家送给自己的龙凤胎，但必须是两个冰墩墩，否则不好交代。“王族”况且如此，何况我们“人族”呢？

就平均分配而言，出现多个一模一样物品的机会总是很少的。对家长而言，则更是少之又少。所以，总要“直面惨淡的人生”，学会如何为多人分配物品，比如分配食物。

1 又称规模经济，即因规模增大带来的经济效益提高。规模效应是一个经济学课题，即生产要达到或超过盈亏平衡点，就可以带来经济效益。经济学中的规模效应是根据边际成本递减推导出来的，就是说企业的成本主要可拆分为固定成本和变动成本。随着生产规模的扩大，总体的变动成本与产量同比增加，而固定成本不增加，所以单位产品成本就会下降，企业的销售利润率就会上升。

聪明地分配，是每个家长的必备技能。

先手自有先机

从易到难，我们从两个孩子间东西的分配开始，看看如何分配让他们两个都开心。比如分蛋糕。

如果家长直接自己上手，切蛋糕分蛋糕，“妈切妈选”，无论切分如何均匀、分配如何公平，都没有孩子会开心。

改进方法是“妈切孩选”，家长尽量均匀地切分蛋糕，然后指定一个孩子先挑选，剩下的归另外一个孩子。这个方案略有改进，但是先选的孩子具有先手优势（First-Mover Advantage）¹，容易给自己留下更大的一块，这样会闹得不开心。即使家长分得足够均匀，后“选”的孩子还是会觉得不公平。但手切蛋糕始终不是冰墩墩或者衣服之类的工业制品，无法实现工业品级别的一模一样。怎么消除先手占有的优势呢？

在此基础上的改进算法，是“先切后选”：一人负责切分，另外一人负责挑选。因为切蛋糕的人后“选”，所以有足够强的动力将蛋糕切分得足够均匀：无论两块蛋糕中的哪一块被剩下，都不会小很多。

后手也有后招

“先切后选”这个改进政策的实施，确实能立即解决两个孩子的矛盾和争端。但是，不久之后，在孩子中就会发生智能涌现（Intelligence Emergence）²如同当今最“热闹”的大语言模型³，只要参数够大，就容易发生智能涌现。而对于人群来说，只要人数足够多、时间足够长，就容易出现智能涌现。有人能发现这里面存在后手

1 即当与竞争对手狭路相逢，且没有足够的周旋余地时，只有以迅雷不及掩耳之势的风格抢先行动，才不会留给对手足够的反应时间，正所谓“先下手为强，后下手遭殃。”《孙子兵法》中强调的“动如雷震”也是这个道理。

2 一个涉及复杂系统和人工智能领域的概念，它描述了从相对简单的个体行为中产生复杂智能行为的过程。这种现象可以在自然界中观察到，比如鸟群的飞行形态、蚂蚁的社会组织，也可以在人造系统中设计和模拟，如某些类型的人工智能和机器学习系统。而这也是目前 ChatGPT 等自然语言大模型惊艳世界的重要原因之一，因为科学家怀疑自然语言大模型的众多智能行为和智能涌现有关。

3 大语言模型（LLM）是基于海量文本数据训练的深度学习模型。除了能够生成自然语言文本，还能够深入理解文本含义，处理各种自然语言任务，如文本总结、摘要、问答、翻译等。2023 年，随着 ChatGPT 的横空出世，大语言模型及其应用已成为全球科技研究的热点。

优势 (Second-Mover Advantage)¹，这来自孩子们分蛋糕和选蛋糕能力的不对称：切分的人因为工具和能力的局限，很难切分成完全相等的两块；同时，选择的人，依赖正常人的目测能力，很容易挑出更大的一块。于是，做选择的人，因为排在切分的人之后，就存在后手优势而获利。这就带来新的麻烦，两个人从争夺待分配的物品，演变成争夺后手优势——选择的权利。

刚解决完先手优势的困境，又要面对后手优势的难题，前前后后左左右右倒腾，所以父母其实都得是“端水大师”。但是这碗水要端得更平，不能只靠杂技和体操，更要靠数学。

其一，使用一个简单的办法，就是偷偷地告诉一个孩子，使用《三十六计》²中的“瞒天过海”。即让他使用神奇刀法，将蛋糕切分得一块看起来小实际上大（见图 1-1 的右方），另一块看起来大实际上小（见图 1-1 的左方）。这样，他可以对有后手优势的孩子进行诱惑，让其选择后者获得“面子”，而自己获得前者收获了“里子”。

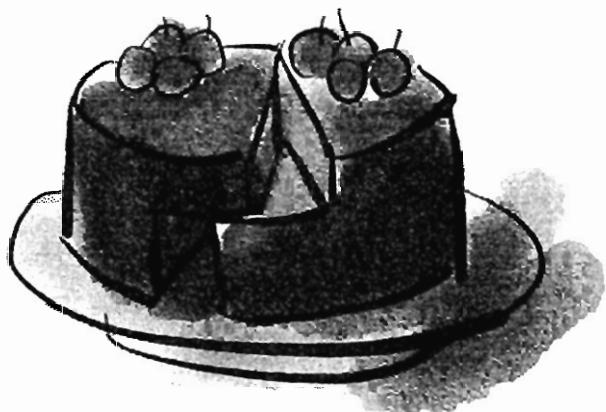


图 1-1

其二，将算法进一步升级，采用更复杂的“两步法”，以便缩小误差。对于两个孩子的情况，可分成如下步骤。

1 与先手优势相反，即当与竞争对手狭路相逢时，通过让对手先出手，而获得更多的信息优势，从而能够更有针对性地打击和回应，这样有时候能够在体力和士气等方面占据上风，从而在回应的时候一击制胜。无论是《三十六计》中的“以逸待劳”还是《左传》中的“一鼓作气，再而衰，三而竭”都讲述了类似的道理，等待敌人先出手不得战果而衰竭，而在反击时刻一击致命。

2 又称三十六策，是指中国古代三十六个兵法策略，语源于南北朝，成书于明清。它是根据中国古代军事思想和丰富的斗争经验总结而成的兵书。

假设任何孩子切蛋糕的手法都有误差，约为整个蛋糕的 1%，这就会造成切完之后，两块蛋糕有 2% 的差异：一个孩子拿 51%，另一个孩子拿 49%。那怎么缩小这 2% 的差异呢？

可以分两步，切三刀。

第一步：让任意一个孩子先切第一刀，如图 1-2 所示，沿着从上往下的细线来切分。结果就是左边的一块为 49%，右边的一块为 51%。别吵！这里先不谈分配。

第二步：这个孩子继续把右边的大块切成两半，这是第二刀，如图 1-2 所示，沿着从右往左到中间的细线来切分。手艺也没长进，还是出现了被切尺寸 1% 的误差，切在了水平中线的下方。这样切出来的两块为：

$51\% \times 51\% = 26.01\%$ ，即右上角那一块。

$51\% \times 49\% = 24.99\%$ ，即右下角那一块。

另一个孩子把左边的小块切为两半，这是第三刀，如图 1-2 所示，沿着从左往右的细线来切分，切出来的两块为：

$51\% \times 49\% = 24.99\%$ ，即左上角那一块。

$49\% \times 49\% = 24.01\%$ ，即左下角那一块。

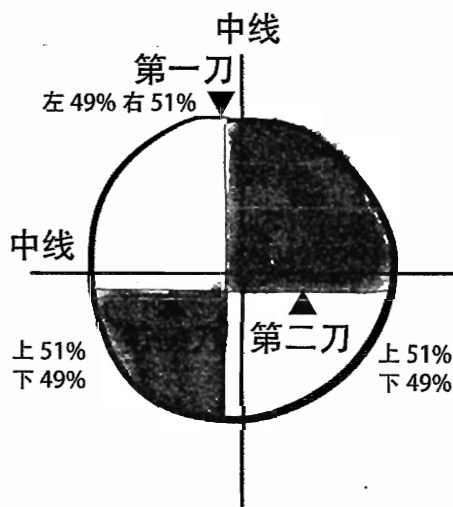


图 1-2

现在，两个孩子分别获得对方切分结果的选择权，都会选择目测较大的一块。所以，一个孩子拿到了 $24.99\% + 24.99\% = 49.98\%$ ，另一个拿到了 $26.01\% + 24.01\% = 50.02\%$ 。

可以看出来，与切一刀相比，切三刀就把 2% 的差异缩小到了 0.04%（即 $2\% \times 2\%$ ，差不多一滴奶油的大小）。

只要俩孩子不在乎一滴奶油的差异，这个办法就没问题。

这利用了数学中的二阶微分原理¹：一个小误差中的小误差，可以小得忽略不计。上述的三刀分法，其实是前一刀在一阶，后两刀在二阶。通过这种分法，将误差缩小到二阶，大大提升了公平性。上面的计算貌似复杂，其实用图 1-3 来表示会简单很多。

第一次、第二次、第三次切蛋糕都有小误差。但是游戏规则保证，选了最大的就只能再选最小的，所谓的“肥瘦相间”，其用蓝色表示。要想比较蓝色和白色的差异，可以用面积等效替代法。

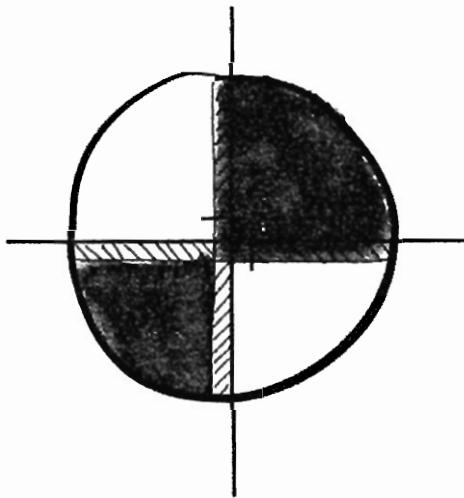


图 1-3

¹ 基于数学中的泰勒级数展开，在实际应用中，常常会涉及忽略二阶或更高阶的微小量。这里的“微小量”指的是与某个变量的微小改变相关的量。特别是在物理学或工程学的背景下讨论时，通常涉及微小量的近似处理，因为在很多情况下，二阶和更高阶的微小量对总体变化的贡献与一阶微小量相比是微不足道的。例如，在物理学中，当考虑一个物体在重力作用下的自由下落时，如果考虑的时间间隔非常短，那么位移可以通过一阶项（初速度乘以时间）来近似计算，而忽略由于加速度导致的二阶项（加速度乘以时间的平方后再取一半）。

左斜线和右斜线的两对面积分别可以互换。互换后发现，蓝色面积比一半多出来两个小方块（见图 1-4），每个小方块是一个“小误差中的小误差”，同样，白色面积比整个蛋糕的一半少了两个小方块。所以，蓝和白的总差异仅仅有 4 个“小误差中的小误差”。小误差是 1%，则每个小方块是 1‰ 。所以，俩孩子可争论的差异只占整个蛋糕的 4‰ 。

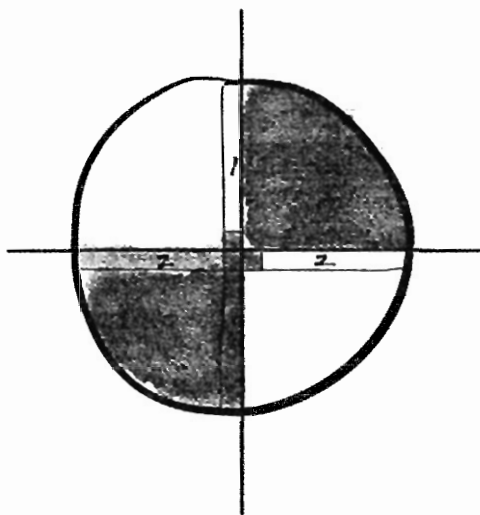


图 1-4

这个算法比之前更公平。因为，一个孩子获得两次后手优势和一次先手劣势。两次优势的叠加，造成两个微小正误差的相乘，两次优势蜕化成一次优势，再叠加上一次先手劣势，优劣势造成的影响互相对冲，几乎可以忽略不计。

两人之间分配物品、服务乃至权利，只要不是同时开抢，总会有一个先手和一个后手，就会产生优势和劣势的问题，这是数学中经常研究的难题。

当然，分蛋糕是最简单的具有先后手问题的难题，毕竟可以通过升维到切蛋糕和分蛋糕，最终来解决公平难题。

然而，生活中的大部分事情更复杂，而且利益冲突也更严重，涉及的“蛋糕”也就更难切分。

先手后手，都有一手

先手优势常见于率先行动能带来优势的情况。以下是几个典型例子。

- 国际象棋 / 中国象棋：白方 / 红方先行，会具有轻微的先手优势。
- 足球：率先取得进球，可以迫使对手调整战术，因为防守比进攻略微简单。
- 科技创新：在市场中率先推出新产品或新服务的公司，往往能够获得各种优势。其一，品牌优势，如可口可乐公司推出的可乐、苹果公司发布的 iPhone、OpenAI 开发的 ChatGPT、特斯拉推广的电动车等，以上产品或服务都“定义”了整个门类，牢牢占领了用户心智。其二，模式优势，特别是具有网络效应的商业形态，如 Facebook（脸书）率先开发出的社交网络，腾讯率先上线的 QQ。其三，生态优势，如 NVIDIA（英伟达）在 GPU（图形处理单元）和 AI 产业方面围绕 CUDA¹ 建立起来的开发者生态。
- 攒蛋²：第一个出牌的人具有一定的先手优势，不仅可以优先处理掉自己手中的单牌、散牌和弱牌，还可以率先控制牌局的节奏，比如走单牌、对牌、三张或者顺子等，也可以主动出击，牵着对手的鼻子走，让对手进入防守状态，即使有大牌也无法很好地使用。

后手优势，是在看清对手或市场初步动向之后，采取针对性强、效果好的策略。以下是几个应用实例。

- 拳击或武术：通过观察对手的战术，可以找到对手的弱点进行反击。
- 赛车：在某些情况下，后面的车手可以观察前面车手的策略，以及赛道状况，然后做出有效的调整。
- 中长跑：紧跟“领头羊”，不仅可以利用其后面的低风阻区域，还可以根据其策略随时调整，等待在后半程中超越。
- 辩论：后发言的一方，可以根据先前发言者的论点来调整自己的策略，甚至寻求其发言中的漏洞，进行有效且有针对性的反击。
- 市场跟随者：在非赢者通吃的市场中，后进入市场的公司可以学习先行者的经验，避免犯相同的错误。

1 即 Compute Unified Device Architecture，一种由 NVIDIA 推出的通用并行计算架构，该架构使 GPU 能够解决复杂的计算问题。

2 起源于江苏省淮安市，故又称“淮安攒蛋”，是由地方性扑克牌局“跑得快”和“八十分”发展演化而来。后来逐渐流行于整个华东地区。而在近几年，这些区域的经济强势增长以及当地政府积极的招商引资，也使攒蛋的风吹遍全国。

- 德州扑克：搅蛋在全国流行之前，各种高端局的首选是德州扑克。但与搅蛋相反，德州扑克中后叫牌的玩家，即在一轮投注中较晚做出决策的玩家，反而有优势。因为，其不仅能通过观察其他玩家的投注行为获得关键信息，基于此更准确地判断对手的牌力并做出更合理的决策，也可以获得更大的战略灵活性，还可以基于更多的信息灵活选择战术，如跟注、加注、弃牌等，可以有更多机会控制局面，如根据局势选择加注或再加注，从而控制底池的大小，或通过高注迫使对手弃牌等。

先手后手的争论，不局限于切分蛋糕这种凡夫俗事中，也不局限于竞技体育这种运动中，甚至在“高大上”的经济学界也颇有争论。比如，围绕中国等发展中国家的崛起，就有先发国家优势和后发国家优势的争论。

先发优势，指的是当一个国家或企业首先进入一个新市场或发展一种新技术时，它可能会获得竞争优势。这种优势可以来自品牌忠诚度的建立、对供应链的控制、专利和技术壁垒的建立等。比如，率先发动和推动工业革命的英国，在这个历史进程中是一个典型的先发国家。通过最先采用机械化生产，英国获得了巨大的工业和经济优势，最终建立起全球性的供应链、贸易网络和殖民帝国。

后发优势，指的是后来者通过观察和学习先发者的经验，可以少走弯路、避免先发者犯过的错误，采用更成熟、成本效益更高的技术或策略加速追赶。日本和韩国在20世纪后半叶的经济发展中，就展示了后发优势。它们通过引进、改良并最终创新先进技术，在汽车和电子等行业取得了显著成就。尤其是在技术革命或社会变革中，后发国家因无历史负担，倾向于采用新技术或新模式，有时甚至能实现快速超越，这种现象也常被称作“弯道超车”。中国在移动互联网、高铁和新能源等诸多方面的超越，也充分体现了后发优势的特点。

然而，人类历史是按照一定周期或者韵律“滚动”着向前发展的。所谓的先发国家，都是基于更前面的一个文明而后发：中国前面是日韩，日韩前面是德美，德美前面是英国，英国前面是西班牙、荷兰，再往前追还有中华文明的影子。所以，《漫长的季节》里面的一句台词说得好：“往前看，别回头啊！”（见图1-5）。



图1-5

公平分配也有几手

为确保两个孩子之间的绝对公平，关键是如何补偿那个没有获得先手资源优势或后手信息优势的孩子。其实，这里也包含多个孩子之间绝对公平的问题，只是为了简化问题，以下均用两个孩子来举例和解释。

总结下来，可以采用如下思路。

1. 上量

上量就是增加挑选的次数。上量之后，由于误差或者优劣势的互相抵消，即使最后不能将误差完全消除，也可以只留下二阶误差，将误差控制在可忽略不计的范围内。蛋糕切成4块，孩子甲如果先选，那么第二次只能选最后剩余的，孩子乙则获得在中间选择的两次机会。

各种球类比赛的主客场轮换，以NBA（National Basketball Association，美国职业篮球联赛）¹的7场制最明显：常规赛战绩更好的球队先打两个主场，然后打两个客场，再回主场打一场，去客场打一场，最后回到主场打最后一场，即以常规赛排名为先的2-2-1-1-1顺序。以2016年打满7场的NBA决赛为例，因为骑士队在常规赛中获得了更好的成绩，所以它分别第1、2、5和7场获得主场资格，比勇士队多一个主场资格。而恰好也是在“决战紫禁之巅”的第7场中，骑士队充分

¹ 于1946年6月6日在纽约成立。在2002年NBA选秀中，我国著名运动员姚明在首轮第1顺位被休斯敦火箭队选中，成为选秀状元。

发挥了主场优势，以 93:89 险胜勇士队获得“抢 7”¹的胜利，从而荣膺 2016 年的 NBA 总冠军，具体赛程如图 1-6 所示。

2016 美国 NBA 决赛		
	骑士	勇士
6月2日	89	104
6月5日	77	110
6月8日	120	90
6月10日	97	108
6月13日	112	97
6月16日	115	101
6月19日	93	89
#	主场	

图 1-6

2. 升维

升维就是增加维度，不将维度局限在挑选这一种权利上，而增加切分等权利，把不同的权利在两人之间划分，如一人切另一人选。这在各种球类比赛中也很常见，如足球比赛开场前猜硬币，猜中的一方选择上半场的进攻方向，而没有猜中的一方就先开球。除了开球这个维度，还增加了选进攻方向的维度，最终形成“二维空间”：进攻方向选择权和开球权。

3. 找补

对于体育比赛等多轮或长期的博弈项目，可以在规则上做文章，给后手即劣势方一些优惠或补偿。最典型的是，围棋的贴目以及五子棋先手的三三禁手等。对于孩子分蛋糕这种短期博弈，很难在吃蛋糕这件事情的规则上创造太多空间，不过可以考虑如下的方案。

¹ 即抢 7 大战，NBA 季后赛采取的是 7 战 4 胜法。如果前 6 场比分打成 3 : 3 平，就必须打第 7 场比赛来分胜负，这就是抢 7 大战。2016 年的总决赛也被誉为 NBA 历史上最经典的抢 7 大战之一。

- 降低优势方的幸福感来制造公平：先选的孩子负责收拾“残局”，或不能使用刀叉而只能手抓蛋糕，或在卫生间吃蛋糕。后面的两个方案足够搞怪，不过另一个孩子或许能幸灾乐祸，如果这些能够提升其幸福感的话，这3种方案都提升了总体的幸福感。
- 提升劣势方的幸福感来制造公平：后选的孩子，坐家里最舒服的椅子上吃，或单独边看电视边吃，或边吃边欣赏先选的孩子唱歌跳舞。

4. 混合

将上面3种方法进行混合就形成了“鸡尾酒疗法”¹，比如：前面提到的切3刀分成4块的方案，就是将上量和升维两种方案进行了混合。

看不见的手：价格机制

无论先手后手，总是“有一手”。这就容易和国家大包大揽的计划经济（Command Economy）联系在一起。有人把计划经济比喻成“家长制”，其实这个比喻的本源，就来自家长对孩子无微不至的关怀、指导乃至干预。特别是在帮助孩子做分配的场景中，家长都坚持认为“我所做的一切都是为了你好”。

而与计划经济对应的是市场经济（Market Economy），是指通过市场来配置社会资源的经济形式。简单地说，市场就是商品或劳务交换的场所或接触点。而市场配置资源的方式，就依赖市场这只“看不见的手”。

这个词汇是由英国经济学家亚当·斯密创造的，是他在1776年出版的《国富论》中提出来的。“看不见的手”，是亚当·斯密对一种经济运行方式的设想：即人们自愿行动，通过价格体系来协调市场，而无须人为指导干预，在这个过程中政府尽量不参与。而与之相对的“看得见的手”，就是计划调节，政府深度参与。

根据这个理论，“看得见的手”，是按照先手后手来解决分配问题的，而“看不见的手”就是按照价格来解决分配问题的，这种问题在生活中比比皆是。

经典问题如下：

两人在外合租公寓，给房东的月租金是一定的，但有两个卧室，一个略大且朝南，一个略小且朝西，两人该如何分配房间以及分摊固定的租金呢？

¹ 由美籍华裔科学家何大一提出，是通过3种或3种以上的抗病毒药物联合使用来治疗艾滋病，现在也应用到其他行业中，泛指采用多种方案混合的综合应对方法。

在家长和多个孩子相处时也有类似的场景：家里两个孩子分卧室，一个略大且朝南，一个略小且朝西，该如何在这两个孩子之间公平而愉快地分配房间呢？这里要很调皮地使用“易证”¹，这两个字是不少人青少年时候学习数学的噩梦。不过，这里确实易证或者说易发现，两间房子没法像蛋糕一样连续切分然后挑选。所以，最好引入“看不见的手”——价格机制。

可以给这两间卧室设置一种约束，比如月租金总价格 X 元，让孩子使用自己的零花钱“租”下自己的卧室。对于条件明显更好的房间，两人分别出价 A_1 元和 A_2 元，价高者得；如果价格一致，则再次出价，直到分出胜负。条件更好的那个房间最后的成交价 A_0 ，由 A_1 和 A_2 来决定，或者说 A_0 是 A_1 和 A_2 的函数，而条件略差的房间价格为 $X - A_0$ 元。

但 A_0 具体应该是多少，有如下几种方案。

方案 1: A_0 等于最高的那个出价，即 $A_0 = \max(A_1, A_2)$ 。

方案 2: A_0 等于最低的那个出价，即 $A_0 = \min(A_1, A_2)$ 。

方案 3: 综合考虑 A_1 和 A_2 ，比如 $A_0 = (A_1 + A_2)/2$ 。

至于选择哪种计算成交价的方式，核心点位于父母内心的最深处：即在“看不见的手”的操控下，在遵循“市场经济”充分竞争的情况下，是否还要让获得条件更好房间的孩子付出额外的成本；以及家长是不是想借机“压榨”出孩子的零花钱，免得他们去买零食或奥特曼玩具，甚至消耗在游戏或短剧上。

这 3 种不同的成交价计算方式，会对出价行为有完全不同的影响。

方案 2 中， A_0 取两个竞价中的最低价，看似不合理，却暗藏“杀机”。反直觉的结果是：为了获得更好的房间，方案 2 最能激励两个孩子出价更高。而最终，相较于其他两个方案，方案 2 能让好房间获得者的代价更大，同时让差房间获得者的代价更小。

这背后的逻辑，用 GSP (Generalized Second-Price Auction, 广义次高价拍卖) 竞价模型可以很好地解释，因为对每个参与者而言，有更强的动力出更高的价格。这样的强动力，甚至可以拆分为下面 3 个更具体的动机。

1 数学“大牛”或者数学老师，在面对一些他们认为简单的数学步骤之时，会使用“易证”来简化整个证明或求解过程。然而，小马过河冷暖自知，这些看似显而易见的“易证”，却让普罗大众摸不到北甚至彻底迷失，同时，还感觉在智力上被深深鄙视了。所以，学数学的普通人往往最害怕看见“易证”二字。

(1) 出价更高者更容易赢得竞价。

(2) 如果竞价成功，则成交价为输家或对方的出价。因此出价更高并无任何成本，并不会抬高获胜后的成交价。

(3) 如果竞价失败，为更差房间支付的价格 = X - 成交价 = X - 自己的出价。所以即使在失败的情况下，出价越高拿到更差房间的成本也越低，至少在经济利益上更合适。如图 1-7 所示。

在成交价取最低出价的竞价方式中，对于价格更高的房间，两者的出价区间都往高价延伸，因为高价房间的出价由两人对低价房间的最高支付意愿决定，即出价最小值为 $A_i = X - B_i$ ($i=1$ 代表孩子甲， $i=2$ 代表孩子乙， B_i 为甲或者乙愿意为更差房间支付的最高价格)。因为若出价 A_i 低了，在竞价失败的情况下，就要居住更差的房间，同时为其支付超过其本人意愿的价格。

成交价取两个出价中低价的方式

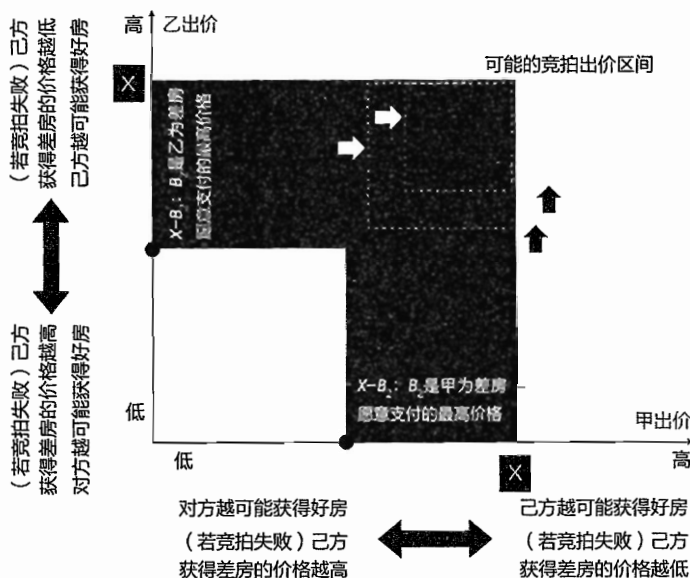


图 1-7

上面复杂的博弈过程以及图表，甚至可进一步简化。将可连续竞价的房租，“二项式化”为高价和低价两个选择，将各自选项和相对应的收益输入博弈图，很容易发现，无论对手如何选择，自己出高价都是更优选择，如图 1-8 所示。因此，作为成交价取两个出价中低价的方案 2，看似在照顾出价高的孩子。其实，反而是在“压

榨”每个孩子，让其拿出每一分零花钱。这确实是一个让孩子远离零食和游戏的好办法。

成交价取两个出价中低价的方式

(二项式简化版，类似于纳什均衡)

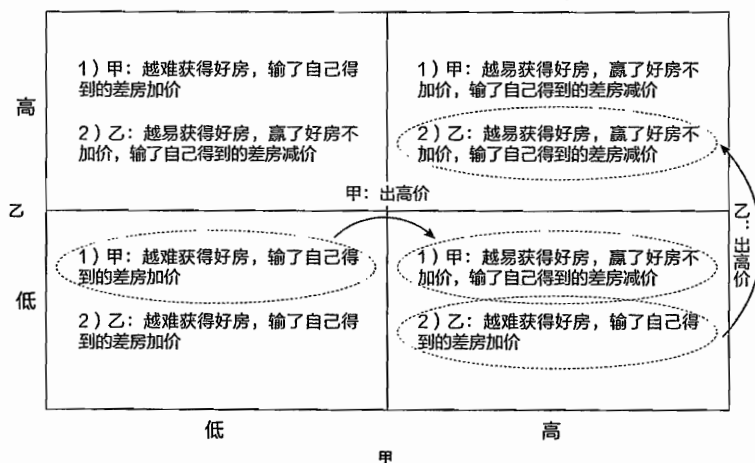


图 1-8

先手后有理由，手心手背都是肉

如果将上面的博弈进一步延伸、进一步简化，得到的就是博弈论中著名的囚徒困境。

囚徒困境的故事是博弈论中最著名的一个故事，其内容如下。

如图 1-9 所示，两个犯罪嫌疑人（甲和乙）作案被警察抓住后分开审讯，警方的政策是“坦白从宽，抗拒从严”。如果两人都坦白，则各判 8 年；如果两人都都不坦白，则各判 1 年；如果一人坦白而另一人不坦白，则坦白的人不会被判，但不坦白的人被判 10 年。

囚徒困境的底层逻辑是博弈论的零和博弈，反映了个人最佳选择并非团体最佳选择。虽然，困境本身看似只是纸上谈兵的模拟，但却极具现实意义，在商业竞争、环境保护等方面，都会频繁出现类似情况。



图 1-9

而要量化囚徒困境的底层逻辑，需要用到纳什均衡的模型。这个数学模型是由其提出者数学家约翰·纳什¹来命名的。除了贡献数学思想，约翰·纳什和纳什均衡还“出圈”，为艺术“现身”而不“献身”。以其为原型和故事线的电影《美丽心灵》还获得了第74届奥斯卡奖最佳影片奖。图1-10所示为基于纳什均衡的简单数学模型。无论对方怎么选择，自己选择坦白都比不坦白的结果更优，最后两人都选择坦白而陷入囚徒困境。这如同两个孩子竞争房子时候，均选择出高价的困境。

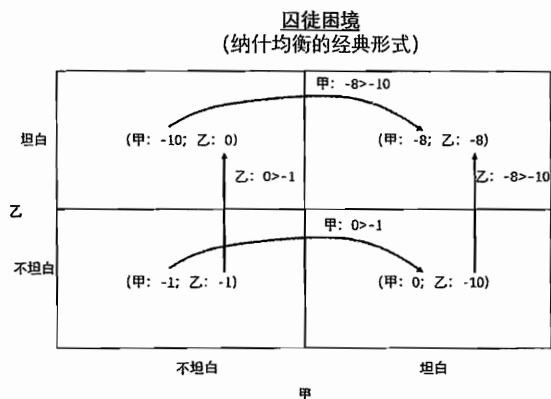


图 1-10

这种成交价取次高价的 GSP 模型，被广泛应用于拍卖和竞价场景中，特别是

¹ John Nash (1928—2015)，著名数学家、经济学家、电影《美丽心灵》男主角原型，主要研究博弈论、微分几何学和偏微分方程，提出纳什均衡的概念和均衡存在定理。他与另外两位数学家由于在非合作博弈的均衡分析理论方面做出的开创性贡献，对博弈论和经济学产生了重大影响，获得1994年诺贝尔经济学奖。

互联网广告中，比如谷歌等搜索引擎采取的关键词竞价。关键词竞价广告发展了 20 多年，其竞价模式已经成为被大范围诟病的重灾区。因为，广告平台过于压榨广告主的利益，逼迫其拿出更多收入来提升广告排名。最后，导致劣币驱逐良币¹，让不少真心为消费者服务的商家出局，页面上剩下许多黑心的广告主。因为，黑心商家能拿出足够的利润，来进行关键词竞价，从而获得排在前列的位置。如果将这个逻辑线条完整梳理一遍，其实就是广告平台在无良压榨终端消费者的利益，黑心商家只是充当了“黑手套”。而广告平台却常常喊出“技术无罪”来免责。

最后，希望在每一个家庭中，父母和孩子之间不要产生警察和罪犯之间的敌对关系，也不要产生广告平台和商家以及消费者之间的压榨关系。

从“端水大师”到“魔术大师”

在中国人口问题日益严峻的情况下，即使每对夫妇都生两个孩子，仍然不足以满足均衡值为 2.1 的“替代水平生育率”（Replacement-level fertility，保证国家人口不减少的人口出生系数）²。因此，必须有家庭需要“为国生娃”，多来些二胎。

先不论养育成本和精力消耗，因为这些都是长期不断且无法终结的付出。眼前最痛苦的反而是如何在三个孩子之间分配物品或服务（见图 1-11）。不过幸好，以分蛋糕为例，这里存在一个最简单的升级算法。



图 1-11

1 是指因为信息不对称，物品的估值方（信息缺少的一方）估值一定时，物品的提供方（信息充分的一方）会选择提供实值较低的物品（劣币），致使实值较高的物品（良币）越来越少。也泛指一般的逆淘汰（即劣胜优汰）现象。

2 据《中国人口和就业统计年鉴 2023》数据，中国的总和生育率在 2022 年已降至 1.05 左右，远低于维持人口稳定的 2.1 的替代水平生育率。

(1) 第一个孩子切下其认为是 $1/3$ 的一块蛋糕。

(2) 剩下两个孩子依次选。如果有人选走，则有两个孩子尚没有蛋糕，他们带着剩下的蛋糕，进入上一个部分讨论的流程。

(3) 如果没有人选，这份蛋糕归第一个孩子。剩下的两个孩子带着剩下的蛋糕，进入上一个部分讨论的流程。

上面的算法虽然简单易行且公平，但很有可能，某个孩子即使在自己拿到至少 $1/3$ 蛋糕的情况下，也会觉得存在一个孩子拿到的蛋糕比自己的大。这种情况确实会发生，比如：在第一个孩子拿到蛋糕之后，剩下的那一块大蛋糕，在另外两个孩子之间分配得不均匀，而让其中一个孩子占尽便宜，比第一个拿到蛋糕的孩子的份额更大。

于是，家长做资源分配时，除了让每个孩子觉得公平，还要保证他们互相不嫉妒，消除匮乏之后还要消除嫉妒。互相不嫉妒就是：与其他孩子获得的相比，每个孩子都觉得自己的一样大或更大。

因此，对家长的要求又上升了一个数量级或维度：从“端水大师”到“魔术大师”。前者只需要保证每个孩子都觉得公平，而后者还需要让每个孩子都觉得自己不但不被“劣待”，而且最受宠爱。

幸好，数学家对这两个要求已经有清晰的定义来总结。

- 公平 (Proportional-fairness)：不被“劣待”，三个孩子都认为自己的一份不小于 $1/3$ 。
- 无怨 (Envy-free)：不嫉妒，三个孩子都觉得自己拿到的最大，即别人拿到的不会比自己大。

无怨一定公平，但是公平不一定无怨。即公平是无怨的必要但不充分条件。难怪有人总结育儿金句：抚育两个或者多个孩子，核心不是让每个孩子觉得被公平对待，而是要让每个孩子都觉得被偏爱，而且被偏爱的只能是自己。论分析和总结归纳能力，金句专家还得要拜数学家为师。

如此有挑战性的问题，最终由美国数学家斯特姆奎斯特 (Walter Stromquist) 在 1980 年提出的斯特姆奎斯特走刀法 (Stromquist moving-knife procedure) 解决。这个算法看着像数学，其实是一场充满悬念的体育竞赛，两代人化身为一个裁判和三个选手。

这个算法蕴含着浓浓的对抗性和竞争性，对于“至死是少年”的老爸，绝对充满吸引力。即使已经“躺平”，他也要爬起来再努力赚钱，争取换一套更大的房子来迎接老三，从而过一过走刀法分蛋糕的瘾。

首先，这场比赛最好在一个宽阔的餐厅中举行。这再次证明，有三个孩子的障碍是房子。

餐厅中央摆着一个长条大案子，能让十个人面对面吃西餐的那种。大案子上面摆着一个长条形大蛋糕，蛋糕边上站着三个垂涎欲滴的“熊孩子”。

好，爸爸举着一把蛋糕刀“闪亮登场”了。孩子们知道，爸爸要先切一刀分走一块，再将剩下的那部分一切两半。但是蛋糕上没刻度，在哪儿切才公平呢？核心原则就两条：第一刀靠喊，第二刀靠站。

爸爸从蛋糕的左端开始，举刀悬在蛋糕上方，悬而不切，缓缓向右移动……

这时，三个“熊孩子”目不转睛地盯着明晃晃的刀口，紧张地估摸着，它是否已经到达自己心目中长蛋糕的三分之一处……第一个喊“切”的孩子将获得最左边这一块。也可以喊“时辰到，斩”，不过效率会低很多，但是切不可喊“刀下留糕”。

同时，三个孩子随着刀向右移动，不断调整脚步，站到自己认为的刀右侧剩余蛋糕的一半处。此时，形容孩子们的眼神和站位，最合适不过的话或许是“看着最左边要切的，占着最右边要留的”。这是一项极度考验手眼配合以及口脑分离能力的运动。

终于，只听一声“切”，贪心最小的“熊孩子”率先喊了出来，爸爸一刀下去将蛋糕切成了一大一小两块。

先别忙拿蛋糕，所有人都别动。

三个“熊孩子”保持此刻的站位，爸爸切下第二刀，从中间孩子的站位点把剩下的蛋糕一切两半。这就把蛋糕从左到右劈成了三块。

喊“切”的孩子，去左边领走第一块蛋糕。

剩下的俩孩子，靠左边的拿第二块，靠右边的拿第三块，如图 1-12 所示。

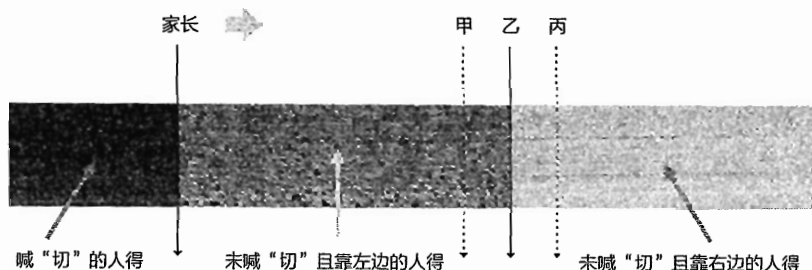


图 1-12

整个过程，像极了各种球类比赛中的抢位：眼里盯着球，脚下抢着位，如图 1-13 所示，只不过在这里的比赛中，他们盯的不是球而是食物。



图 1-13

最烦人的“易证”再次出现，三人都认为自己的那份最大，满足无怨条件，同时也满足公平条件。

但走刀法也有如下缺陷。

(1) 爸爸的走位必须连续，否则步子大了，容易让孩子们扯着嗓子喊。而能生出三个孩子的爸爸，也许雄性激素“爆棚”，但此时此刻，却必须迈出足够温柔的“碎花小步”。这在数学上没有悖论，但却引发了生物进化的悖论。

(2) 两个孩子同时喊停的情况不好处理，只好引入抢答器。

(3) 孩子站位容易发生拥挤，有时两个人要求站在一样的位置。

为了解决上面的问题，可以像图 1-14 中一样，制造一些非共识性的因素，从而避免过度的同质化争抢。比如：在长方形蛋糕上面随机布置一些类似草莓或者巧克力豆的点缀，竖着切圆形蛋糕，等等。

另外，在蛋糕上加点缀的方式，还可以让爸爸的步伐不用连续，而是离散化。因为这样，可以让整颗的草莓或者巧克力豆被纳入完整的蛋糕切块。

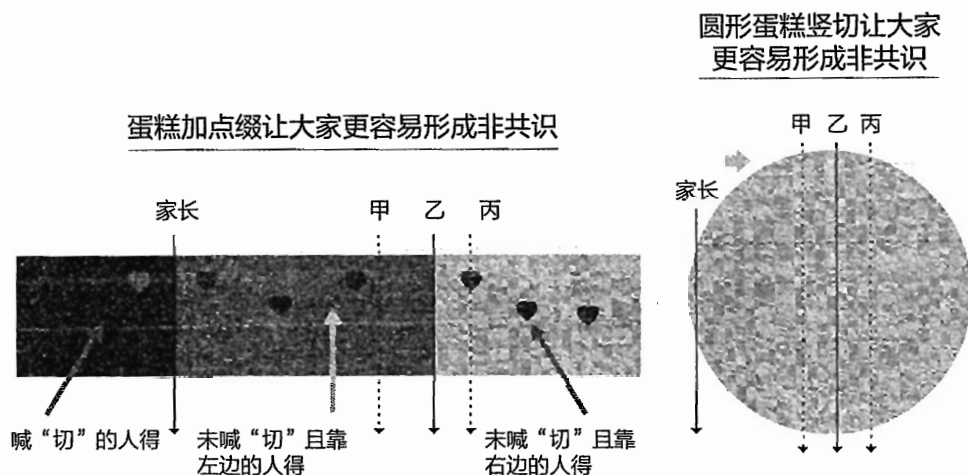


图 1-14

空间不够魔法凑

如果家里房间太小，家长试图连续或者离散走刀切蛋糕就不方便。同时，三个孩子来回蹦跳抢占位置之时，就更加局促。不过，这里本身就存在一个社会资源和人口增长的根本矛盾，马尔萨斯陷阱¹在 200 多年之前就阐述了。难怪说，全世界上关于人口出生问题的“三座大山”，大体都是房产、医疗和教育。

其实，不仅可以站着把钱赚了，也可以站着把钱分了。家长和三个孩子站着不动，也可以施展“魔法”把蛋糕分了。这里的“魔法”，就是 20 世纪 90 年代提出来的 Selfridge-Conway 分割法。

大概流程如下：三个孩子甲、乙、丙分蛋糕。

(1) 甲按照自己的标准，把蛋糕“均分”为三块：A、B、C。

(2) 如果乙认为其中较大的两块一样大（一般情况下，乙不会认为三块一样大，即使认为三块一样大，也可以任选两块作为“较大的两块”），那么按丙、乙、甲

¹ 该理论考虑到人口按照几何级数增长，而生存资源仅仅按照算术级数增长，多增加的人口总是要以某种方式被消灭掉，人口不能超出相应的农业发展水平。这是马尔萨斯陷阱的原型，但技术的发展带来生存资源的几何级数增长，马尔萨斯陷阱也得以被逐渐突破。

的顺序选蛋糕，选完后结束。前两步的操作如图 1-15 所示。

(3) 如果乙认为其中一块 A 最大，乙就从 A 上削去一小块 A_2 ，使剩下的 A_1 与第二大的那块一样大，这时候 A 变成 A_1 和 A_2 ，把 A_2 放在一边。

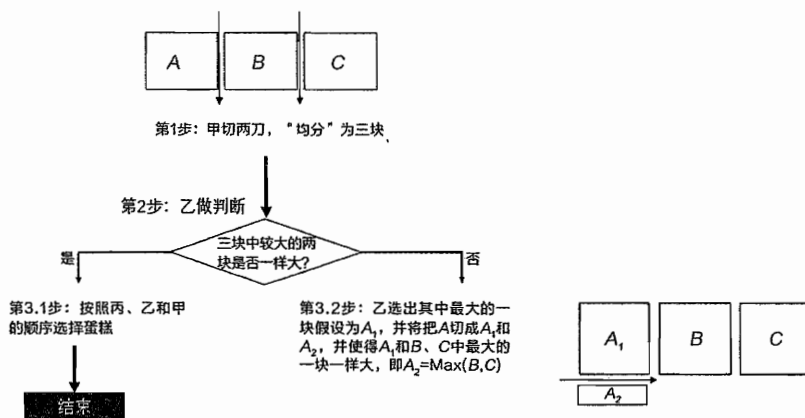


图 1-15

(4) 在 A_1 、 B 、 C 三块蛋糕中，按照丙、乙、甲的顺序做选择。但如果丙没有选 A_1 ，那么乙必须选 A_1 。这时候，乙和丙中必然有一人选了 A_1 。

(5) 乙和丙中没拿 A_1 的那位，负责把 A_2 分成三份： A_{21} 、 A_{22} 、 A_{23}

(6) 乙和丙中拿了 A_1 的那位，在 A_{21} 、 A_{22} 、 A_{23} 中先挑一份，然后甲选一份，最后一份留给乙和丙中没拿 A_1 的那位。后面几步的操作如图 1-16 所示。

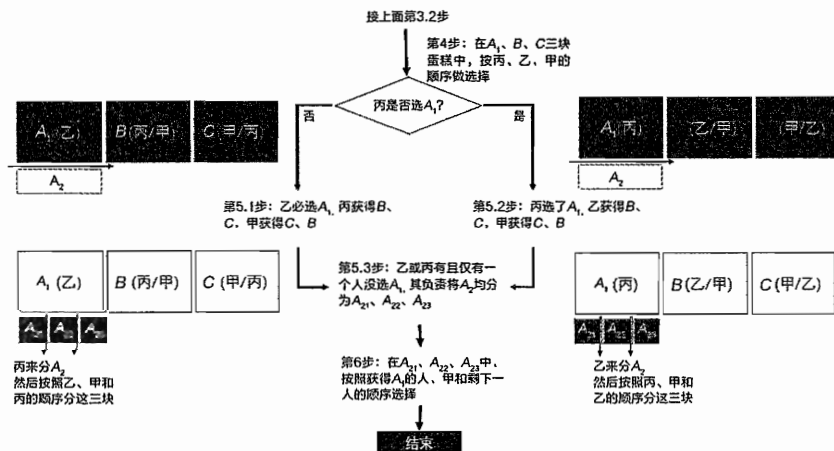


图 1-16

易证，三人都认为自己的那一份最大，孩子们和谐且无嫉妒，每个人都是父母最爱的宝宝，各自安心吃蛋糕。

第2节

穿衣如何搭配

“穿一条裤子”不仅可以形容两个人关系的亲密，亲到无法分离，还可以形容一家人的清贫，贫到只买得起一条裤子，这条裤子只能给出门办事的人穿，而其他人只能窝在被窝里。这时候，“穿一条裤子”的和谐共处，就会秒变“穿一条裤子”的竞争博弈。于是，上一节的各种算法就有了用武之地。

然而，随着经济的发展，不够穿和不够暖这类最基础的问题已得到解决。于是，在如今相对富足的社会中，穿得好、穿得美就变得越来越重要。但当前，在追求个性、崇尚自由的环境下，怎么才能穿得好、穿得美呢？

这就用到了“4321”的数学口诀。

“4”，衣柜衣服的颜色

以现在的物质条件，要买足够丰富的衣服鞋帽，限制条件更多的不再是财务，而是房屋。毕竟，能实现步入式衣柜的梦想，只能是极少数人。于是，空间捉襟见肘的衣柜，也要学习现在颇爱“给社会输送人才”的互联网公司，也要“精兵简政”，也要实施“裁员广进”的“广进”计划¹。

那么，现代人为了用颜色制造出足够多的搭配，同时不混淆各种需要突出的部位，衣柜中最少需要几种颜色的衣服鞋帽呢？

¹ 来源于2024年初上映的电影《年会不能停！》，因其生动而深刻地反映职场残酷现实而走红。片中主人公的公司为了节省现金流，大刀阔斧开展裁员计划，并将其命名为“广进计划”，因为“财源广进”中的“财源”，与“裁员”谐音。

1. 四色定理

上面问题的答案是4种，理由来自著名的四色定理。

四色定理在被证明之前叫四色猜想。四色猜想曾是世界近代三大数学难题之一，于1852年由一名叫格思里的英国绘图员率先提出来。他在绘制英国地图时发现，如果给相邻地区涂上不同颜色，那么只要四种颜色就足够了。这个猜想当时显得非常粗糙，但格思里仍将其分享给了正在念大学的弟弟。这个看似无比简单的问题，其弟弟却无法完成证明。于是，他弟弟拿这个猜想去请教自己的老师——著名数学家奥古斯塔斯德摩根。结果，被难倒的多米诺骨牌继续推倒，摩根无法解答，又将其传给更加有名的、被称为天才数学家的哈密顿，并最终成为一代名题。

这道难题，经历了一百多年的无数次尝试，仍然未得到很好的解决。直到近些年，依赖计算机的辅助，这道题才得以彻底被证明。在大模型到来的时代，第一道借助大语言模型得以解决的数学名题同样值得期待。如同在上一节提到的，如果参数够多，大语言模型就可能会发生智能涌现；只要人数够多，分蛋糕的孩子们中就可能会发生智能涌现。当大语言模型和人类智慧结合，智能或许会更澎湃地涌现，解决更多的数学难题。

2. 四色定理的应用

四色定理的主要内容是：任何一张地图，为了能使具有共同边界的国家着上不同的颜色，最少只需要用四种颜色。也就是说，一张地图只需四种颜色，就可以完成所有标记而不混淆。用数学语言表示，即“将平面任意地细分为不相重叠的区域，每一个区域总可以用1234这四个数字之一来标记，而不会使相邻的两个区域得到相同的数字”。这里所指的相邻区域，是指有一整段边界是公共的，而如果两个区域只相遇于一个点或有限个点，就不叫相邻。

简而言之，如果衣柜空间不够大，却想保持足够多的搭配而不混淆配色，衣柜内只要保持四种颜色的衣服鞋帽就足矣。甚至一对情侣住在一起，希望出门走在一起的服饰搭配要有所区隔，四种颜色也是足够的。

“3”，身上衣服的颜色

上面只是解决了空间局限以及所需色彩数量的矛盾，还没有涉及穿得美的解决方案。

想要穿得美，就需要有层次，这里的“层次”是一个双关语。层次的第一个意思是：创造出视觉深度和丰富性，以增加整体着装的风格和细节。层次的第二个意

思是：通过第一个意思中制造出来的层次感，显得有层次、上档次。以贝克汉姆¹和维多利亚²两口子为例，他俩的联合造型和服饰搭配，经常被时尚界所追捧，就是在两个层次都拉到了满级。

其一，在着装风格上，两个人的服饰搭配都有审美感，很上档次；

其二，在各自领域中，两个人的成就名声都是顶级的，颇上档次。

而且这种上档次的搭配，不仅仅是服饰的搭配，也是人和人的搭配。贝克汉姆在和维多利亚结合之前，其实只是颜值和球技“在线”，衣品并无突出点。而当两者交往后，贝克汉姆的衣品，迅速提升而向维多利亚靠拢。颜值、专业和衣品，形成了最完美的组合，他们每次登场的服饰搭配都能成为热点。

再看图 1-17 所示的两组搭配，是不是就没有那么容易让人“上头”了？



图1-17

这里面的秘诀，还是“层次”。

有层次感的第一个要诀是，全身上下衣服鞋帽的颜色不能超过三个，否则会像一棵圣诞树。有层次感的第二个要诀是，颜色搭配要和谐。

1 大卫·贝克汉姆（David Beckham），英格兰职业足球前运动员，现为美职联迈阿密国际足球俱乐部老板，1999、2001 年两次荣获世界足球先生银球奖，1999 年当选欧足联最佳球员，2001 年当选英国最佳运动员，2010 年荣获 BBC 终身成就奖。

2 维多利亚·贝克汉姆（Victoria Beckham），英国女歌手、演员、时尚设计师。1996 年，其随辣妹合唱团正式出道，发行首张录音室专辑 *Spice*，该专辑是 1997 年全球最畅销专辑，累计销量超过 2300 万张。

1. 颜色模型

服装穿搭是很重要，但是怎么配色呢？颜色纷繁复杂，但谁跟谁才能凑到一块有一定的规律。美学大师们给出了要领：同一身衣服，颜色差距不要太大，否则显得十分突兀。

大师诚不我欺，但是这难以执行，因为没有量化，等于没有操作手册。因此，我们需要把万紫千红的颜色用数字表达出来。

常见的数字化颜色模型有 RGB、CMYK 和 HSL 等。

- RGB 代表红色 (Red)、绿色 (Green) 和蓝色 (Blue)。这是一种基于光的颜色模型，通过混合不同比例的红、绿、蓝三原色来生成各种颜色，在计算机图形学、数字摄影和液晶显示器等领域广泛应用。
- CMYK 代表青色 (Cyan)、品红色 (Magenta)、黄色 (Yellow) 和黑色 (Black)。这是一种基于颜料的颜色模型，通常用于印刷和出版领域。通过叠加不同比例的这四种颜色的油墨，可以产生各种颜色。
- HSL 代表色相 (Hue)、饱和度 (Saturation) 和亮度 (Lightness)。这种模型将颜色描述为人类的感知，更符合人们对颜色的感受。色相表示颜色的种类，饱和度表示颜色的纯度或者颜色的深浅程度，亮度表示颜色的明暗程度。HSL 颜色模型常用于图形设计和计算机图形学中。

可惜，人眼既不是显示器，也不是打印机。当临出门把衣柜中的各色衣服摊满一床，对着镜子纠结的时候，人类的肉眼很难读出上衣和裤子的 RGB 编码或者 CMYK 编码。因为实际上，任何衣服鞋帽的标签上都不会有 RGB 或者 CMYK 的数值。而且即使标出来，人类也很难判断两种颜色是否搭配协调。这两种颜色编码模式，本来就不是为“肉眼凡身”所准备的，人类自然完全不能理解。

讲到这里，就不得不引入肉眼更能接受、更能感知和更能欣赏的颜色模式 HSL。

2. 人眼感觉的颜色

HSL 模型也可以分成三个维度。

首先，H 指的是色彩的“外相”，是在不同波长的光照射下，人眼所感觉到的

不同的颜色，有红色、橙色、黄色、绿色、蓝色、紫色等。各种颜色的色相可以表示在一个 360° 的圆环上，不同的角度范围代表不同的色相，其范围是 $0^\circ \sim 360^\circ$ ： 0° 和 360° 都代表纯红色，为色相环的起点和终点，如图 1-18 所示（双色印刷，仅作为示意）。

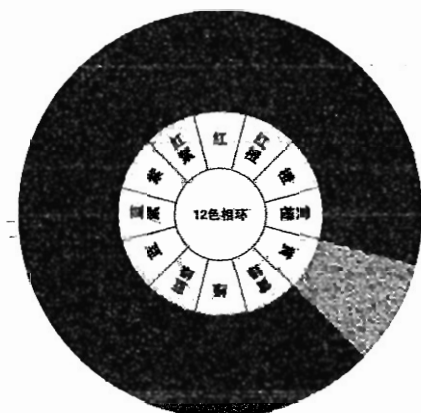


图 1-18

其次，S 指饱和度。原色即色相中的纯色，原色的饱和度最高。随着纯色逐渐被白色、黑色或灰色等其他颜色稀释，其饱和度降低，色彩变得暗淡直至成为无彩色，即失去色相的色彩。其范围是 0（完全不饱和，没有任何色彩，只有灰度）到 100%（完全纯色）。图 1-19 所示为红色饱和度的示意图（双色印刷，仅作为示意）。

饱和度



图 1-19

最后，L 代表亮度，是描述颜色明暗程度的一个维度。它决定了颜色看起来有多亮或多暗，范围是 0（完全黑色）到 100%（完全白色）。

- 高亮度：表示颜色较亮，接近于白色，看起来更明亮和轻盈。
- 低亮度：表示颜色较暗，接近于黑色，看起来更沉重和阴暗。
- 中等亮度：介于高亮度和低亮度之间，表示颜色既不是特别亮也不是特别暗，图 1-20 为亮度示意图。

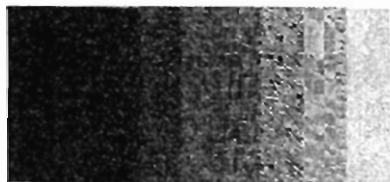


图1-20

通过如上的三个定义可发现，色相、饱和度和亮度都是人眼能够直接感知和辨别的，这也是我们用 HSL 模型来进行服饰颜色搭配的原因，除此之外，其他具体的理由如下。

（1）颜色感知的直观性：HSL 模型将颜色分为色相、饱和度和亮度三个维度，这与人类如何感知颜色更为一致。例如，我们通常会用颜色的“深浅”（亮度）或“鲜艳程度”（饱和度）来描述颜色。因此，在设计和艺术领域，HSL 提供了一种更符合直觉的方式来探索颜色组合，特别是在需要考虑颜色协调和对比的时刻。

（2）更容易进行颜色调整：在 HSL 模型中，调整颜色的某个特性（如调亮或调暗，调高或调低饱和度）更直观且容易操作。相比之下，要在 RGB 或 CMYK 模型中达到相同的效果，可能需要同时调整多个人类毫无感知的参数。

（3）与设备无关：RGB 和 CMYK 模型与特定类型的设备密切相关。比如：RGB 用于显示器，而 CMYK 用于印刷，它们的颜色表现受到设备限制。而 HSL 模型更加中立，不直接依赖于任何特定的设备，使得它更适合在不同设备间通用。

不过，同一种颜色在 RGB、CMYK 和 HSL 之间可以转换。可将其理解为同一性质用不同方式表达，以满足不同机器或不同物种的需求。

记得很久以前，某知名楼盘的广告就说：“龙脉中轴线，天安门往南三万米……”房地产开发商为了打动购房者，使用了围绕天安门的地理位置模型：一种高贵的气息，延续着中国文化血脉，蕴含着皇城雍容姿态，已经扑面而来。但是，对于飞机的导航系统来说，这个地理位置模型就完全无法理解。除非告诉飞机的导航系统，这个位置是：北纬 39.6385° ，东经 116.3975° 。但是，反过来用这个经纬度和购房者沟通，除了让其在计算房屋价格的时候更加“蒙圈”别无他用。不过，地产广告的位置模型和飞机导航的位置模型，是完全可以互相转换的，如同 RGB、CMYK 和 HSL 模型之间的互相转换一样“丝滑”。

3. 颜色模型

交代了这么多关于颜色模型的背景知识，只是为了找到一个适合人眼的颜色模型，它就是 HSL。基于 HSL，可以将美学大师在服饰颜色搭配上的秘诀翻译成“人话”，让“凡人”能理解，让肉眼能感知。搭配的秘诀即：在色相、饱和度和亮度这三个维度上要有变化，但要恰到好处。

首先，不能千篇一律，不能只在一个维度上有变化。选择搭配的两种颜色之间，如果没有明显的亮度差异或者明暗对比，那么无论两种颜色怎么搭配，都容易显得沉闷而老气，甚至有扑面而来的廉价感。这也是常说的“红配绿，赛狗屁”的缘故，并不是红绿不能搭配，而是统一亮度的红绿色搭配在一起就很廉价。这方面自然界才是妙到毫巅的高手，所以即使穿到人身上的红绿或者“凡人”搭配的红绿容易很廉价，自然环境也可以搭配出和谐的红花绿叶。如图 1-21 所示，左边的自然景色，就比右边的人类装饰高级很多。

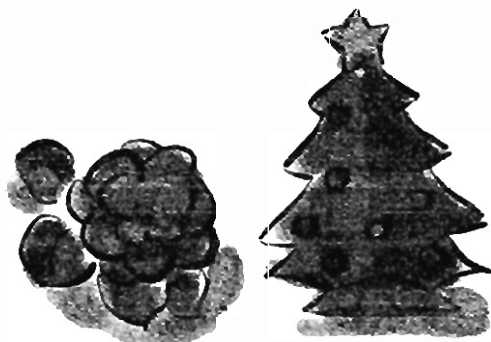


图 1-21

毕竟自然界是一个进化了几十亿、上百亿年的色彩大师，它创造的色彩搭配通常是复杂且多样的。而且很多自然景观中的红色和绿色，是以渐变或非常细致的形态出现的。简单地说，除了色彩，还有明暗度和饱和度等多重因素。这也难怪，人类也是在自然界中进化了上百万年的，其能接受的色彩模型必然与自然界吻合。否则，人类就被自然界所淘汰。只不过人类是眼高手低，眼睛能欣赏自然界搭配出的美，但手脚并不能搭配出如此和谐的美。

但人类的学习能力依然强大，学习自然界的美，人类也可以实现类似的搭配效果。如图 1-22 所示，不论气场和仪态，两个“红配绿”的美人，明显左边这位更高端而优雅。主要是左边的搭配中，除了红绿色的衣裤，还通过引入白毛衣和绿高领，形成了令人舒适的明暗对比，大大提高了档次。而右边那位，清一色明暗度的红绿

以及各种搭配，透露出很强烈的廉价感（因双色印刷，此处需要读者的想象力）。



图 1-22

其次，不能“操之过多”，否则容易过犹不及。服饰颜色搭配在色相、饱和度和亮度这三个维度上，不要同时做大数值的变化，即：避免在色相大幅变化的同时，夹杂饱和度和亮度的剧烈变化。否则，就容易出现图 1-21 中的圣诞树给人的感觉。

服饰颜色搭配，如同儒家思想，讲究恰到好处，这不仅仅是中庸之道，还是“中看中用”之道。

“2”，从颜色的三维到转圈圈

大部分小伙伴都曾被平面几何虐得死去活来。本以为过了初中就可以翻篇，谁知道来到高中之后，又遇到从二维升级到三维的立体几何，再次痛苦不堪一回。这中间的痛苦，部分来自人体自身的构造：作为三维生物，无法想象四维；可以平视三维，但痛苦不堪；最后，只能俯视二维，勉强“苟延残喘”。

所以，在日常的生活工作中，对于大部分三维问题，我们都难以理解、难以描述、难以沟通和难以操作，只能通过降到二维来处理。最典型的例子，就是在制造

业中，跳过难度巨大的三维图像，依靠二维的平视图、俯视图和侧视图，来精准描述一个需要设计、加工和组装的三维零件或组件。

回到前面讨论的 HSL 三维模型，虽然它可以用来考虑服饰颜色搭配的问题，但三维的难度还是让大家不得其法。于是，还是要降维，将复杂的空间降低维度，使其简单化和直观化。比如：将两个维度进行组合，合并成一个新维度，这样可以 把一个三维变量变成一个二维变量。

日本颜色研究所于 1964 年提出的 PCCS (Practical Color Coordinate System, 实用型色彩搭配系统)，就是这样通过降维来简化颜色问题的，如图 1-23 所示。它把饱和度和亮度组合起来，建立了一个名为色调 (Tone) 的新维度，并把不同的组合归纳成 12 个色调，即图 1-23 中的 12 个圆环。这样，准备配色的用户只需要分两步走：首先，做十二选一，圈定一个色调，即选择一个圆环或者色环；然后，在色环上转圈圈，搭配不同的色相即完成配色。整个流程一下子清爽了许多。

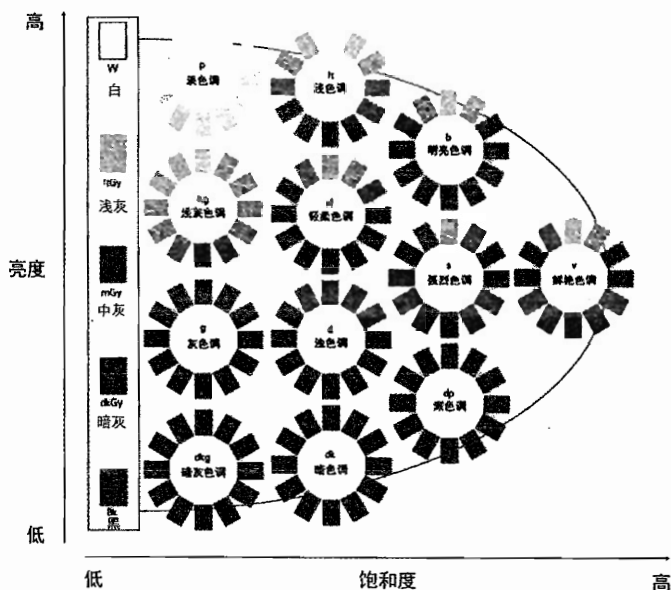


图 1-23

上面提到的降维方法，纯粹是依靠设计师或者美学大师的审美，将饱和度和亮度组合起来，从灰暗到靓丽归纳成 12 个色调的新维度。而这并不是严谨的数学方法或者函数转换。

其实在数学里，还有更严谨、更数据导向的方法。PCA (Principal Component

Analysis，主成分分析）是最常用的降维算法。PCA 通过协方差矩阵的对角化以及寻找其最大特征值的方式，找到更少但最核心的几个维度，最终完成降维操作。

图 1-24 所示为在二维坐标系内分布的“星云”，如果只用指向右上角的坐标轴来表示，也基本能表示出“星云”中各个点的大概位置。于是，实现了从二维到一维的降维。

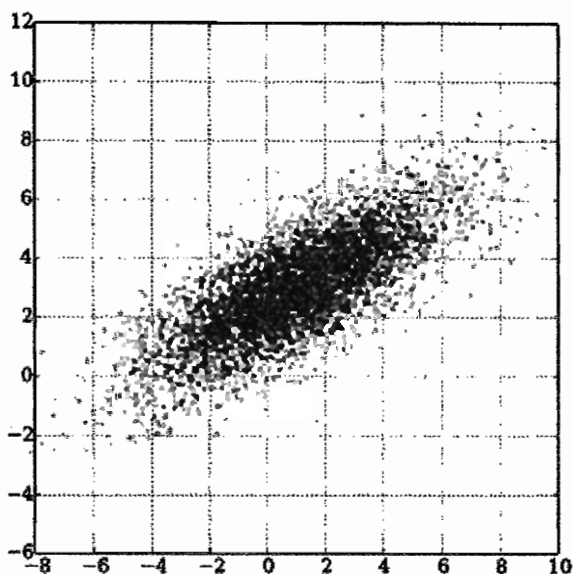


图 1-24

“1”，始终如一始终如“衣”

当然，对于“直男”，特别是那些醉心于学业或研究的“钢铁直男”来说，在服饰颜色搭配上进行一丝一毫的思考都是浪费时间。于是，最好的方式就是：选择一个纯色或者固定的搭配，然后购买多件，放在衣柜里，每天穿一套新的即可。这一套“如一”的穿衣算法在硅谷颇为流行，不少将时间视为生命的创业者都是忠实的践行者。苹果创始人乔布斯的高领毛衣，Facebook 创始人扎克伯格的灰色 T 恤，不仅成了“如一”搭配的标志，甚至成了整个硅谷的标志。

不过，早年间去海外留学的中国人，经济条件一般且视野很有局限。刚到异国他乡之时，他们都会从年长几岁的师兄那里收获上面的“秘诀”，同时，搭配着下面的善意提醒：图省事儿，可以买多件一样的衣服鞋帽，但衬衣最好多买几件不同颜色的，一定换着颜色穿且隔天不重色。究其原因，原来是担心导师或者同学们的

误会：中国同学每天既不洗澡也不换衣服，而成为实验室或教室里别样味道的根源。

具体的搭配建议，如图 1-25 所示。

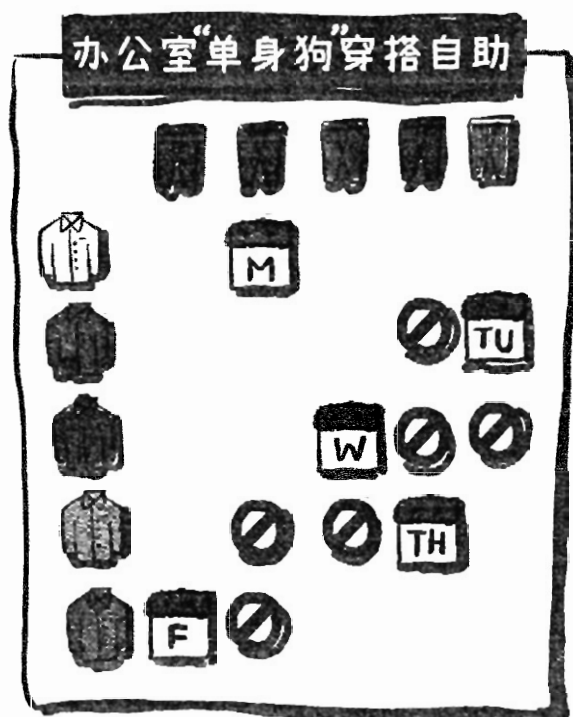


图 1-25

从“4”到“1”，从衣柜到配色，也是另外一个维度的降维，穿衣搭配的复杂度，也大幅降到随意操作的程度。穿衣，于是变得简单起来。

穿的总结：链式思维导图

“数学是个筐，万物皆可装。”数学的“法力”确实很高，能够解决工作、生活、感情中的各种问题。但是数学又像一个有魔法的大黑洞，太过“上头”，不仅让人觉得玄幻而无法理解和无法感知，而且体系太过庞杂，甚至无法接近以及不知从何下手。传统地考虑数学体系以及应用，必然从代数、几何、概率、微积分等诸多领域开始来分析、套入、建模和求解等。

但是，借用在后面章节还要再次提到的傅里叶变换¹，换个角度来观察和应用数学，其实可以将数学分为数量、维度、空间和边界四大模块，在这四个模块上做文章、做变换。

数量，是将原有的问题量化，建立可评估、可测量、可计算和可优化的指标。这个过程可以从定性到定量的转换，也可以是在此基础上的进一步深化：从整数到分数、从正数到负数、从有理数到无理数、从实数到虚数、从确定性的数到概率性的数等。人类在生产生活实践中，遇到新的问题，有时会用新类型的数来解决，并在不断复刻这个过程。

维度，是描述事物事件等的独立参数的个数，也是其“有联系”的抽象概念的数量。维度越多，描述越精确，越能揭示本质；维度越少，越能使得问题简化，越容易抓住主要矛盾。因此，在解决生活工作中各类问题的时候，降低和升高维度，往往都能带来非凡而不同的效果。

空间，不局限于日常生活中的三维空间概念，而是一个更为广义和抽象的概念。空间是各种各样的集合，这些空间可以是实数集合、向量空间、拓扑空间等，但每种类型的空间都有其独特的结构和性质。而函数是空间到空间的映射。同样一个问题，可以转化到不同空间中来解决，甚至跨越多个空间来解决，比如：可以在代数空间中解决几何问题，也可以在几何空间中解决代数问题。

东野圭吾²的著名小说《嫌疑人X的献身》中有一句名言，“看上去是几何问题，实际上是函数问题”。因为，书中的主角是一个高智商的数学教授，其暗恋的女邻居误杀了前夫。为了帮助她摆脱罪行，数学教授诱骗警察进入看似理所应当实则错误的破案线索空间，这让警察陷入破解凶手的“无解”空间。幸亏，数学教授的大学同学——一名职业的物理学教授和业余的侦探，因为了解数学教授强大的数学能力，让警察进入隐藏起来的破案线索的新空间，最终才找到“唯一解”，让凶手和真相浮出水面。

如图 1-26 所示，数学教授伪造了一个左侧的破案线索空间，警察陷入这个空

1 傅里叶变换能将满足一定条件的某个函数表示成三角函数（正弦和/或余弦函数）或者它们的积分的线性组合。傅里叶变换被广泛用于声音处理、图像处理和信息技术等多个工程领域，它就像一个能把复杂事物分解成简单部分的魔术棒，让我们能更好地理解和处理音乐、图像和各种信号，从一团乱麻中分解和分析出对我们有价值的信息和规律。

2 日本著名推理小说作家，代表作有《白夜行》《嫌疑人X的献身》等。

间穷追猛打而一无所得。嫌疑人即使犯下杀人罪行且讲真话，也让警察一无所得。只有警察做空间转换，进入隐秘的不可见的真实空间，才能轻易抓获凶手。所以进行逆向思考，通过转换空间来解决问题，往往也能发现完全不同的出路。

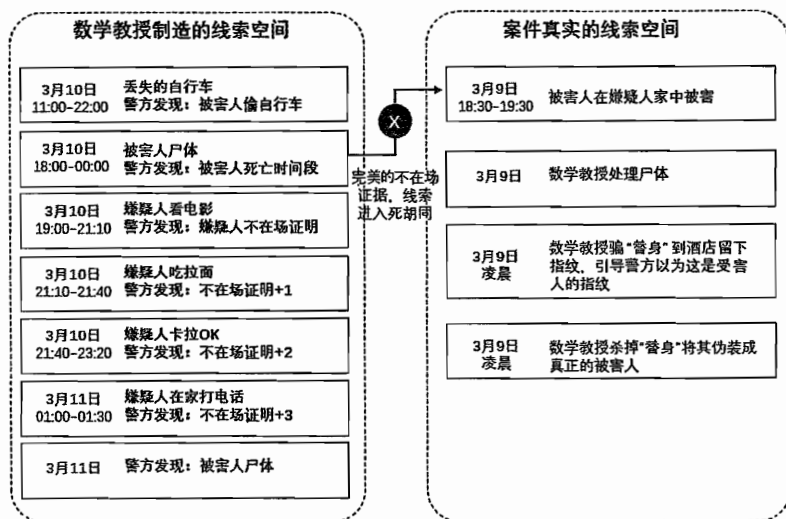


图 1-26

边界，通常描述的是一条分界线。可以理解为两个不同集合的界限，也可以理解为那些既可以任意接近该集合内部，也可以任意接近该集合外部的点。

扩大或缩小边界来讨论和解决问题，也能发现不一样的思路和出路。同时，在边界处讨论和解决问题，也容易出现异常，反过来形成归谬来推翻原来的假设，这对于更完美地解决问题能提供帮助。

还可以将这四个模块分为两组。一组是需要解决的问题所在的“位置”，即空间和边界；另外一组是对需要解决的问题的描述，即数量和维度。最后形成一个 3×3 的“九宫格”：（无变换，边界，空间） $\times$ （无变换，数量，维度）。

还需要说明，以上四个模块的定义和划分，以及两两分组形成的九宫格，并不是严谨和完美的数学概念，只是为了在生活和工作中应用数学来解决问题和提供思路。以此为基础模型，在每一章的结尾，我们会对各个案例进行总结、回顾和精炼。

为了降低理解和应用的难度，上述描述降低了精准度，但即便如此，它仍然很抽象。所以从这里开始，我们用各种案例来解释以及回顾这些和数学相关的奇思妙想。

这一章从“穿”开始，要解决的核心问题是两个孩子间的分配问题。第一步是

建立指标——公平和无怨，即建立两者的数学定义和量化指标。在两个孩子之间分配的情况下，公平和无怨完全等价，因为公平保证了一个孩子获得的分配大于或等于 50%，则必然不少于另外一个孩子的所得；反之，当一个孩子获得的分配大于或等于另外一个孩子的所得时，其分配必然大于或等于 50%。

下一步通过切和选的分离，从一维提升到二维，从而获得解决问题的新角度。接下来考虑到切蛋糕时候带来的误差会让后选的孩子具有后手优势，于是引入数量的变化——多次切分，来减小两人分配的差距，即抵消后手选择带来的微弱优势。并由此引入先手和后手的概念，其在工作生活、娱乐竞技和商业政治中都非常普遍。

为了弥补先手或后手造成的劣势，再次在维度上做文章，除了切和选，还引入了开球、选边、主客场、棋类贴目等更多维度，尽力做到公平。

接下来的讨论进入“深水区”，虽然仍然处于解决博弈问题的同一个空间中，但是将两人分配的边界，放宽到三人分配可连续切分的物品，然后再将边界放宽到三人分配仅可离散切分的物品。最后，整个问题求索和拓展的过程如图 1-27 所示。

这是一种展现思路迭代的新型思维导图，显示了利用数学寻求更优解法的整个思维过程。其与常见的树状思维导图的发散大有不同，可以称为链式思维导图，反映了数学解题思路，即不断沿着一条线索延展的完整过程。

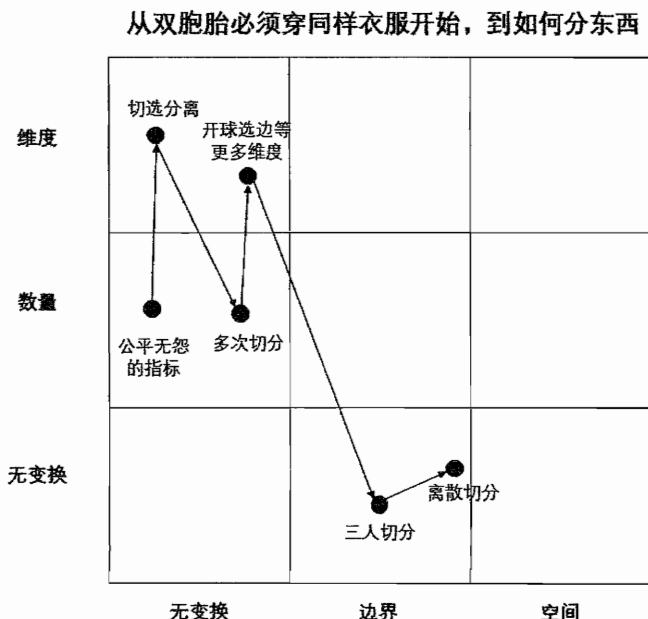


图 1-27

然后在第2节中回归到穿衣，最核心的是搭配以及颜色问题。首先，在数量上做文章，利用四色定理探讨衣柜中衣服的最小颜色数量；然后，在维度上下功夫，介绍了HSL、RGB和CMYK三种模型，它们都可以互相做函数映射，达到空间转换的目的。

关于颜色的应用场景非常之多，需要将这三种模型甚至更多的模型用于不同的场景，如RGB用于显示器，CMYK用于印刷，而HSL最适合人眼感知，所以可用于颜色和服饰搭配。因此，在本节中重点应用的是三维HSL模型，不过考虑到其过于复杂，所以利用降维的方法，转换为二维的PCCS模型来做颜色搭配，最后降到一维的服装搭配方案——“如一”穿衣法则，除了适合和时间赛跑的硅谷创业人，也特别适合繁忙的打工人和学者。

最后，整个问题求索和拓展的过程如图1-28所示。

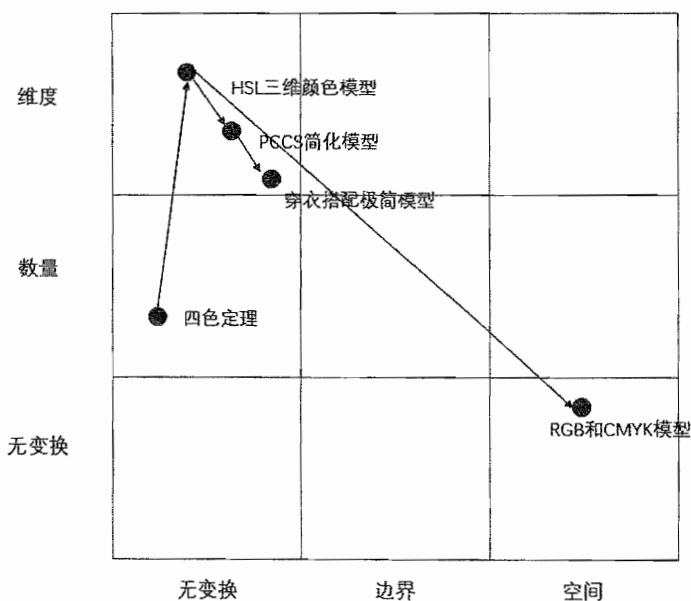


图1-28

第2章

吃出水平吃出人品

曹丕^①在《与群臣论衣服书》中写道：“王世长者知服饰，五世长者知饮食。”意指服饰和饮食的讲究和品味，是长期积累的结果，决定上层建筑，要以一定的社会地位、阅历和经济条件为基础。能有这种条件的家庭，大体上都需要连续三五代人的富庶。因此，会吃不仅仅是对色香味的赏鉴，还需要有更多技巧的积累和经验的沉淀，甚至为人处世的学问。

① 魏武帝曹操之子，字子桓，三国时期政治家、文学家。（魏国开国皇帝，在位26年）。



第1节

放下屠刀立地成佛，拿起剃刀立即简单

中国人有两大天赋冠绝全球：一是种地，几乎在任何地方都能种出东西来，即使在太空站中都不忘种菜；二是做菜，几乎能把任何种出来、养出来和长出来的东西加工成美食。这两种能力加在一起，按照最流行的大语言模型中的术语来描述，这就是：从土到口，端到端能力超强。

当然，这种禀赋也会带来副作用。因为中国地域极其广阔，人们生活习惯千差万别，东南西北的中国人，会因为各地美食的差异，展开“吃论”等大论战，甚至会有全国范围的大型“情绪输出”，频率从“月经”“月经”到“年经”不等。比如“年经帖”（每年都会出现的帖子）：端午节，粽子到底应该是咸还是甜？中秋节，月饼到底应该不应该有五仁的？再比如节日帖：传统节日，为什么北方人逢节吃饺子，能不能多一些花样，让更多节日有代表性的美食？又比如火爆帖：2024年火热的哈尔滨冰雪大世界，到底要不要给南方旅游者提供甜豆腐脑？

当然，和我们关系最紧密的各种美食中，必有早餐常客馒头和包子。于是，这里有个最极致的“日经帖”：上海人重馒头轻包子（见图2-1）。

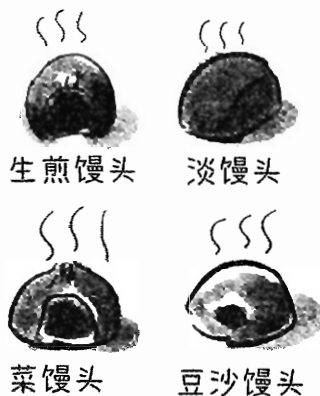


图2-1

本是“一面”生，相“较”何太急

之所以这么说，是因为上海人一般不怎么说“包子”，而统称“馒头”。凡是用面粉发酵蒸熟然后入嘴的，上海人都喜欢叫馒头。

- 对于有馅儿的：肉馅儿的叫肉馒头，菜馅儿的叫菜馒头，豆沙的叫豆沙馒头，生煎的叫生煎馒头，小笼蒸的叫小笼馒头。
- 对于没馅儿的：真正的馒头叫淡馒头或白馒头。

这一点让许多人，特别是北方人颇多不解甚至不爽。在北方人的语言体系中，包子和馒头泾渭分明，有馅儿的为包子、无馅儿的为馒头，怎可混为一谈。因此，初在上海生活的北方人，颇不适应，遇到了许多生活中的不便。于是开始“挣扎”和争论。不过，站在微积分的极限理论¹的角度，这两者其实并没有本质差别。

上海人抓住了食物的本质——“皮儿”，任何用发酵后的面粉包裹馅儿并蒸熟的食物都是馒头，或者都是馒头的函数—— $\text{Mantou}(x)$ 或者馒头 (x) ，而自变量 x 是馅儿，不变的是皮儿（见图 2-2）：

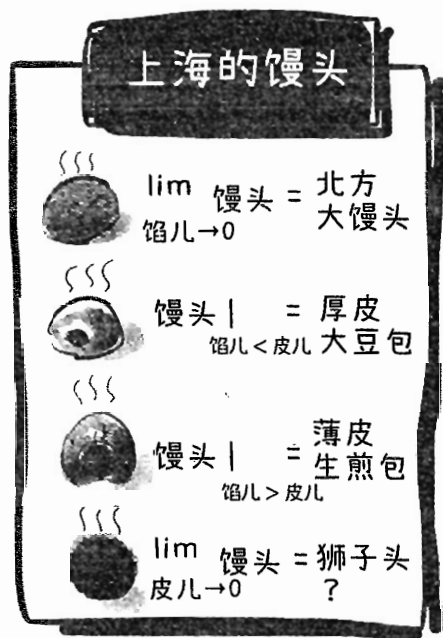


图 2-2

1 研究关于极限的严格定义、基本性质和判别准则等问题的基础理论。

(1) 包子 = Mantou (馅儿大于零但小于挤占所有皮儿的空间)，再用馅儿的不同口味，来区分不同的馒头，比如：肉馒头、菜馒头和豆沙馒头。

(2) 北方人的馒头 = 上海人的淡馒头 = Mantou (馅儿趋向于零)。

(3) 狮子头或肉丸子 = Mantou (馅儿趋向于挤占所有皮儿的空间，或者皮儿趋向于零)。

因此，上海人不说包子，说不定恰恰是抓住了食物的本质，同时也抓住了事物的本质，在形式上简化，在数学上优雅。按照这个理论，山东人对于包子的定义过于复杂。经典包子是发面包子，因为是用发酵面粉包馅儿并蒸熟做成。但除此之外，还有一个呛面包子，即用未发酵面粉包馅儿并蒸熟做成。其实本质和蒸饺完全一致，只是个头大一些。于是，发面包子和呛面包子在名字上更接近，但呛面包子和大饺子在实质上更接近，给大家带来了不少理解的困惑。

所以，为了描述这种混乱的现象，需要借用曹植¹的《七步诗》：本是“一面”生，相“较”何太急。馒头和包子，都是一个面团做出来的，不要太着急搞分化，最终弄出敌我矛盾。曹植正好也是本章开篇提到的曹丕的亲弟弟，这首诗本身也是写给曹丕的，以呼唤兄弟情而防止亲人相残，这正好也是一场跨越时空的呼应，只不过从“骨肉相连”变成了“皮馅不分”。

剃刀削面，不是刀削面

如此看来，上海人对馒头和包子的整合，在数学上显得更高级、更精致一些，至少遵循了奥卡姆剃刀原理——“如无必要，勿增实体”。

奥卡姆剃刀原理，即“简单有效原理”，它是由14世纪英格兰的逻辑学家、圣方济各会修士奥卡姆的威廉（William of Ockham）提出。在那个中世纪的漫长夜，关于“共相”和“本质”之类的争吵无休无止，奥卡姆的威廉对此感到厌倦。于是著书立说，宣传只承认确实存在的东西，认为那些空洞无物的普遍性要领都是无用的累赘，应当被无情地“剃除”。他的主张“如无必要，勿增实体”，被称为奥卡姆剃刀原理。

1 魏文帝曹丕之弟，曹操与武宣卞皇后所生第三子，字子建。中国三国时期文学家、诗人、音乐家。

此原理一问世，颇有倚天剑屠龙刀¹的威力——“谁与争锋”：对于数个世纪争论不休的经院哲学和基督教神学的诸多话题，在地理上的地中海欧洲区域，“削秃”出来不少神学上的“地中海”，最终使科学、哲学从宗教中彻底分离出来，引发了始于欧洲的文艺复兴和科学革命，如图 2-3 所示。



图 2-3

奥卡姆剃刀原理在各个领域都非常有用，这个原理告诉我们，在所有可能的解释或解决方案中，最简单的那个往往是正确的。

比如，当我们面对一个数学问题时，可能会想到许多不同的解法。奥卡姆剃刀原理鼓励我们选择最简单、最直接的方法。在数学中，这意味着我们应该尽量避免不必要的复杂性和多余的步骤，从而使问题和解决方案更加清晰易懂。这个原理并不是说最简单的答案总是正确的，但它提醒我们：在没有充分理由支持选择复杂方案的情况下，简单的解决方案往往是更好的选择。

以最简单的小学生应用题为例：小明吃的馒头和小红吃的馒头的数量比为 4 : 3，有两种设未知数列方程的方式：

方法 A：设小明吃的馒头数为 x ，小红吃的馒头数为 y ……

方法 B：设小明吃的馒头数为 $4k$ ，小红吃的馒头数为 $3k$ ……

1 指金庸武侠小说《倚天屠龙记》中的宝剑与宝刀，号称“武林至尊，宝刀屠龙”“倚天不出，谁与争锋”而被武林人士视为至宝。

很明显，方法B的设未知数的方法，就更符合奥卡姆剃刀原理：如无必要，勿增未知数。因为小学生从求解一元一次方程进步到求解二元一次方程，至少需要再多吃几百个馒头才可以。

再举一个例子：

不少自媒体将2023年的年度关键词选为“苔”，用一个字代表该年度的最大流行语“世界是个草台班子”。每当一些精英人士或者机构做出匪夷所思的决定时，以前大众总会用“他们在下一盘大棋”来解释。后来随着真相逐渐浮出水面，人们发现这些精英并没有超出大众的智慧，境界和大众也都在一个层次。所以用“世界是个草台班子”来表达这种情绪的反转和认知的迭代。这其实也是一种奥卡姆剃刀原理的作用结果。为了解释精英们的各种决定，基于多重假设而猜测他们做出复杂设计和长期布局，不如直接就给出最简单的结论：他们也是草台班子，也就是“苔”，无论是形还是意，都是在奥卡姆剃刀作用下的最优结果。

另一个常见的例子：

交作业的时候学生空着手说：“老师，我写完的作业被狗吃了。”这个故事里的假设真多，包括“狗会吃纸”，而且“狗偏偏在我写完作业后开始吃纸”，而且“狗刚好吃掉了有作业的全部纸”，而且“狗吃完后我刚好要上学所以没时间补了”——与其扯这么多因素，老师会一挥奥卡姆剃刀，直接怀疑“你小子根本没写作业”。

既然剃刀在“学渣”的数学中挥舞，那么也会在“吃货”的生活中有所斩获。

回到最初的馒头和包子的问题。如果使用奥卡姆剃刀原理，确实就只应该有馒头而没有包子：馒头是函数，是指发酵面粉包裹馅儿蒸制而成的食物，这是从原料到食物的映射，馅儿是自变量，食物是因变量。

至于饺子则是另一种函数，指未发酵面粉包裹馅儿蒸制而成的食物，当然最后也可以水煮，这是从原料到食物的另一种映射。山东的烫面包子应该属于这种类型。

在烹饪方法之上，奥卡姆剃刀原理鼓励厨师使用更简单、更直接的烹饪方法（比如清蒸、水煮）来突出食材的自然味道，而不使用复杂的技术或过多的调味料。

从奥卡姆剃刀原理的这个角度分析，日餐是最表里不一的餐饮。日餐表面上坚决使用最新鲜的食材，同时使用最直接的工艺来保持其新鲜原味，但是，暗地里又搞出“寿司之神”“煮饭仙人”等烦琐无比的流程：奥卡姆剃刀祛魅，寿司煮饭却封神。最终，只是让日本人民在煮饭这件简单无比的事情上耗费太多精力，而减少了很多对高端科技的探索。

剃刀不削面，但可以砍肉：神奇的 GLP-1 减肥药

饮食一时爽，长肉泪两行。2024 年春节档期间的《热辣滚烫》电影中，贾玲饰演的主角乐莹，通过锻炼减肥去参加拳击比赛来战胜自己。这个故事激励了很多入，电影中她主要通过跑步、健身来减肥，效果明显。但实际生活中，这么有意志力且能长期坚持下去的人极少。幸好有奥卡姆剃刀，因为它还能用在“剃”肉美容等方面。

无痛苦“躺平式”减肥，是人类一直以来的梦想，因此而造就的巨大商业机会，也引得众多药企疯狂投入。但是，之前的各种减肥药都无法令人完全满意，在有效性、安全性、服药期的舒适性、不反弹的长期性等多个维度，无法成为“多边形满级战士”，从而只能让人看着锅里的肉吃不到、守着身上的肉减不掉。

为了研发出完美减肥药，需要对人体的代谢问题有深入了解，药企因此掉进了这个复杂度极高的大坑。人体的代谢问题，类似一类经典的小学数学题——水池谜题。这类曾经千百次折磨过我们的题目，往往这样出：一个水池中，若干管子按照“千奇百怪”的速度在进水，而若干管子又按照“千姿百态”的速度在排水，经过一段时间之后，请问水池里还有多少水（见图 2-4）？

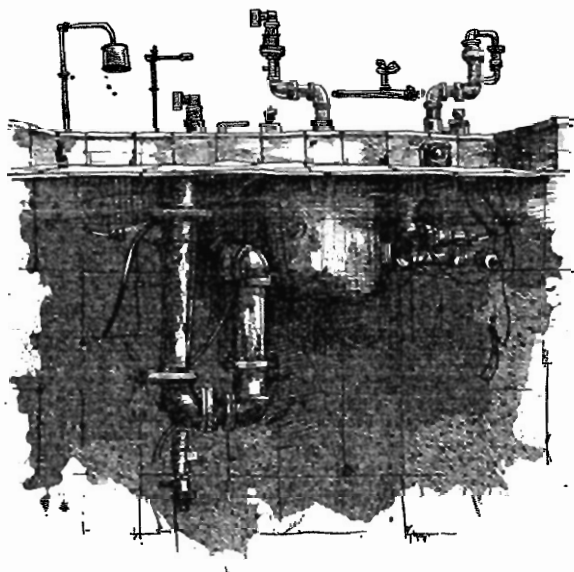


图 2-4

把这类小学数学题映射到人体代谢，我们可以将人体想象成一个水池，水池中的水量代表人体内的能量储存（主要是脂肪和糖原储存），而能量会和物质互相转换，最终影响质量，即体重。

- 进水管：代表能量的摄入。每根进水管可以看作不同类型食物的来源，如碳水化合物、蛋白质和脂肪。这些管子的流量（即水的流入速度）代表食物的能量密度和摄入的速度。
- 排水管：代表能量的消耗。每根排水管可以代表不同的能量消耗途径，如基础代谢率、日常活动、体育锻炼等。这些管子的流量（即水的流出速度）代表不同活动消耗能量的速度。
- 水池的水位变化：代表体内储存能量的变化。能量的变化最终引起物质的变化，以及体重的变化。
- 列方程：如果进水管的总流量（能量摄入）大于排水管的总流量（能量消耗），水池的水位（体内储存能量）上升，这可能导致体重增加；如果排水管的总流量大于进水管的总流量，水池的水位下降，这通常意味着能量减少，体重下降；如果两者相等，水位保持稳定，体重也就相对稳定。

但小学数学题中，水永远是水而不会改变，而且只有一种水，性质稳定而简单，只用体积和速度就可以描述。而人体更为复杂，摄入物和排泄物不仅有很多种类，而且涉及人体内各种物质之间的转化（比如：脂肪、蛋白质、碳水化合物的各种复杂转化等）、能量的转化和吸收。这就好比在进水管、水池内部、排水管等位置建立了不同物质之间的变形器、物质和能量之间的转化器。于是，这道小学数学题就变得无比复杂，直到无解。未知数的数量等于进水管和出水管的总数的 n 倍。其中， n 的数值取决于物质到物质的转化种类及速度、能量的转化和吸收速度。最终，这成为一个至少有几十个未知数的方程。

科学家在早期的减肥药研究中，总体感觉就是“按下葫芦浮起瓢”：想控制脂肪但是涨起了碳水化合物，控制好碳水化合物却“飞”起了蛋白质，甚至引起代谢失衡。想增加锻炼，但食量猛涨后反而长肉，或者身体自我保护主动降低基础代谢水平……始终找不到长期有效、安全且舒适的减肥药。

而在最近几年，以司美格鲁肽等为代表的 GLP-1 类型减肥药改变了这一切，成为“躺平”也能减肥的神药。

GLP-1 不是“给老婆一针”，它是胰高血糖素样肽 -1 的缩写，基本是每周给自己一针来减肥。这一类药的机理，其实也是利用了奥卡姆剃刀“剃”掉了赘肉。“如无必要，勿增实体”，其核心就是控制住一个变量——食物的摄入量，利用激素变相“入侵”了人的大脑。在少吃的情况下，大脑也会觉得自己吃饱了。科学家发现

GLP-1 这种在小肠内分泌的激素可以作用于大脑中控制食欲的区域，降低食物摄入欲望，同时，它还可以延缓胃排空的速度，这意味着食物在胃中停留的时间更长，从而增加饱腹感。最终，这些效果都让人们更有饱腹感，有助于减少食物的摄入量。

GLP-1 类药物最早是用来治疗 2 型糖尿病的，因为它像胰高血糖素一样，是胰岛素的对抗激素，可以激发胰岛素的“斗志”从而缓解糖尿病。但是，后来它被发现是一种减肥神药，于是大幅扩大了使用者群体。紧接着更神奇的事情不断发生，GLP-1 类药物有可能治疗的疾病像多米诺骨牌一样，一个个被推倒：高血脂、老年痴呆症、1 型糖尿病、肾炎、某类肿瘤，等等。对于以上疾病，有些已经完全证明该药有治疗效果，有些尚在临床试验阶段但初步数据非常正向。这不可思议的奇迹还是来自奥卡姆剃刀原理——少吃。

其实，中国的老祖宗也有类似的智慧，虽然他们不能研发和制造出如此神奇的万能神药，但条条大路通罗马，他们同样能实现保持好身材和延年益寿的梦想。这就是简简单单却脍炙人口的保瘦长寿口诀：“管住嘴，迈开腿”。所以，只要老婆少吃，就不用 GLP-1（不用给老婆一针）。

这个流传甚广甚久的口诀着实简单，貌似用奥卡姆剃刀给三毛的头顶再来上一刀，只留下两根独苗：少吃和多动。这是有科学原理背书的，其逻辑类似进水排水的水池谜题，核心是制造进水管、出水管和水池的能量缺口（出水 + 消耗 - 进水），能量缺口引发物质转化即掉肉，而掉肉引发“勿增实体”的简化，减小身体的各种负担，提升免疫力，最终促进健康和延长寿命。

第 2 节

舌尖上的分形，让味道更丰富

重庆火锅和北方涮锅对不少“吃货”来说，不仅是舌尖一爽，还是心头一热，特别是在寒冬季节，暖身养胃爽味蕾。让味蕾最开心的，往往就是食材和蘸酱的结合，尤其是北方涮锅的芝麻酱。当然，端起麻酱碗狂喝，确实能够解馋，但是，这一方面会在社交圈中被嫌弃，另一方面也会餍得慌。鲜花总要绿叶衬，如同五花肉的灵魂永远是半肥半瘦，麻酱的灵魂是肉菜相伴。因此，优雅而舒适地“饕餮”麻

酱的最佳办法是：找到最适合蘸酱的食材，不露声色“攫取”最多的麻酱。“吃货”之意不在菜，在乎麻酱。

根据多年“吃货”的经验，牛百叶¹和西蓝花都是绝佳的蘸酱食材，可用于饱满地吸收麻酱，最后放到嘴中，还有极佳的口感。而这一切美妙的感觉，都来自分形²。

如来佛祖，还是数学大师

分形是一种神奇的图形，在不同的尺度下，其部分可以和整体几乎完全一致。

图 2-5 所示为芒德布罗集（Mandelbrot set）的图形，这个分形函数表达式为：

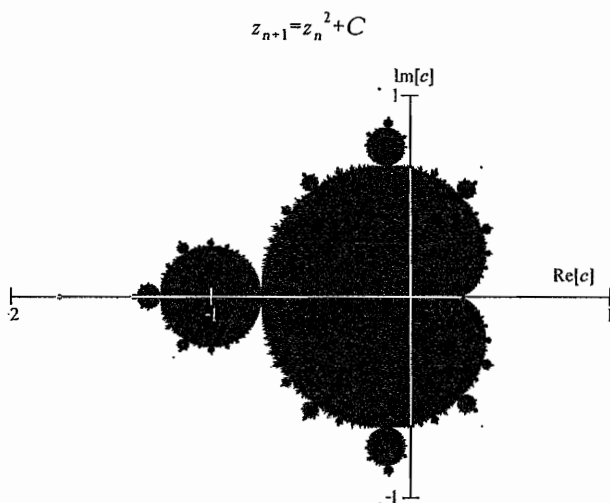


图 2-5

可以想象：分形是魔术师的一幅画，由远及近观看，这幅画永远不变，甚至走到这幅画的眼前，再拿出放大镜乃至显微镜来看这幅画的局部，仍然和整幅画基本一致。

这个描述看似神奇，但在自然界中到处都有。比如树的枝条，一棵大树分成很

1 即牛胃，又名百叶、肚尖等，是牛的内脏之一。瓣胃成叶片状，主要作用是吸收水分及营养物质，自然需要截面的周长越大越好。

2 分形具有非整数维度，通常认为是一个粗糙或零碎的几何形状，其可以分成数个部分，且每一部分都（至少近似地）是整体缩小后的形状，即具有自相似的性质。分形（Fractal）一词是芒德布罗创造出来的，其原意具有不规则、支离破碎等意义。

多小枝条，小枝条又继续分成更小的枝条，这样一直下去，每一级的枝条都有点像整棵树。还有雪花，每片雪花的每个小部分，也都像整片雪花一样。图 2-6 所示为使用 AI 工具绘制的分形雪花。当然，还有我们刚才提到的食物：毛肚和西蓝花。

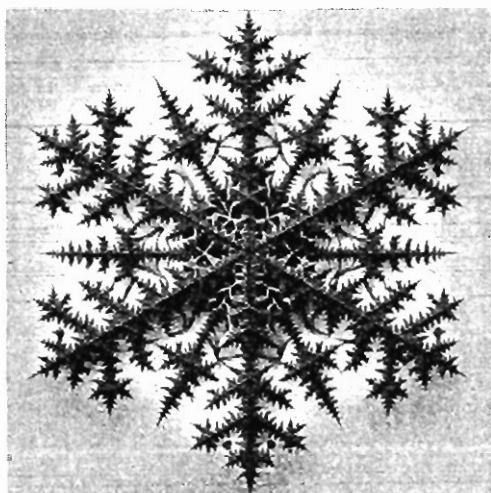


图 2-6

分形又是一种使人着迷而不能自拔的图形，一旦在分形中不断“下钻”，就像孙悟空进入如来佛的掌心一样，再也翻不出。因为孙悟空无论如何变化大小，无论飞行多远，都始终无法逃离如来佛的手掌，而且看到的永远都是差不多的如来佛的手掌。因为这个空间似乎无限延伸，始终包含着相同的元素。这其实就是分形的一个主要特性——自相似性¹。在分形中，无论放大还是缩小观察，都能看到类似的图案和结构。就像在孙悟空的眼中，无论他如何尝试改变位置或大小，看到的景象总是相同的如来佛的手掌。

然而，分形也是一种会让人恼怒的图形，就像著名的好莱坞电影《土拨鼠之日》里面的情景。

男主角每天醒来，都重复同一天的经历。但根据之前若干天但又是同一天的经验，每一次他都有机会做出不同的选择和行动。不过，只有选择从量变到质变，打通一定的关节才能冲出这个循环。对于这种日复一日不断重复的枯燥生活，男主角一度非常恼怒而自暴自弃。直到后来，男主角转念一想：与其重复糟糕，不如过好

¹ 统计学术语。在数学中，一个自相似的物体与它自身的某一部分完全或近似地相似（如整体和一个或多个部分具有相同的形状）。现实世界中的许多物体（例如海岸线）在统计学上是自相似的：它们的某些部分在许多不同尺度上表现出相同的统计特性。自相似是分形的一个典型性质。

每一天。最终，男主角在“修行”中找到了突破口，终于冲出了每天的循环、重复而获得了新生。而这其实反映了分形另外的主要特性——迭代¹和递归²。

每一次迭代都在前一天的基础上进行，不断重复相同的模式。尽管整体过程是重复的，但每次迭代都可能会有一些细微的变化或调整，至少男主角的认知和记忆，在整个过程中不断积累，为下一次迭代打下更坚实的基础。

而在递归过程中，男主角的整个故事被细分为完全形似的每一天，而每一天又被进一步细分为完全形似的一个个时刻，每一个时刻中又有完全形似的一个个分支任务，不断循环嵌套。

之所以是递归，是因为操作嵌套在操作之上，男主角通过每天的重复经历，探索、学习和成长，会在每个变得更精巧的细节上和每个更复杂的分支中，去实验并获得新的结果和认知。于是，他带着新的认知，开始相同的操作并收获不同的结果。这类似于在一个程序中带着新参数调起一个同样的程序，直到不断的迭代和递归积累起来，让男主角找到生活的意义，而这是递归终止或者退出的法门。最终，他突破了不断循环和递归的诅咒，返回了正常的生活。

其实对大多数人来说，即使每一天都在不断变化，但实际上也是在人生的活法上不断重复。而这可能就是该片最希望给大家的启发。它期待用一记“人间清醒”的重拳，来唤醒大家生活和工作的激情。除了发人深省，这种迭代和递归的特性确实也让人着迷。甚至以在无限循环中找到“法门”进行突破为主线的影视剧，已经成为一个独特的影视剧类型，多达数十个作品。2022年的电视剧《开端》也是其中的经典，在推广之初也是主打无限循环的主题。

而在分形中，连续的自相似的迭代和递归积累起来，形成了复杂和美丽的几何图形。量变形成质变，在几何性质上实现了突破，才让分形的食材在蘸酱上如此有实力、如此有魅力。

1 迭代是重复反馈的过程，通常是为了逼近所需目标或结果。每一次对过程的重复称为一次“迭代”，而每一次迭代得到的结果会作为下一次迭代的初始值。

2 在数学和计算机科学中，递归指的是某个函数或过程在其定义中调用自身来实现计算。可以通过有限的递归调用来构建一个表达式或解决方案，直到满足某种条件，此时停止递归并返回结果。递归是解决问题的一种有效策略，因为它能够将复杂问题分解成更小、更易处理的子问题。

佛祖分形困悟空，百叶分形锁麻酱

求酱得酱，多多益善，需要有一定的限制条件，比如：在食材重量或者体积一定的情况下，获得最多的酱汁。若没有这个限制条件，就等于可以无限增肥，还不如喝酱来得直接爽快。所以，这两者之间的比值，可以简单看作是“得酱率”，单位质量食物上粘住的酱料质量。

因此，让得酱率充分高的秘籍，是让食材和麻酱接触的表面积最大。在上一章的衣服配色中学到的降维的手艺，在这里可以活学活用：通过观察食物的横截面，将体积一定求最大表面积的困惑，降维成面积一定求最大周长的难题。这里有个很强的假设：沿着该横截面垂线上的各个横截面，食材几何性质基本一致；或者可以理解为，在高度或厚度一致的情况下，各食材的体积差异基本由横截面的面积决定，而表面积差异基本由横截面的周长决定。

虽然这不适用于所有的分形，但是不少分形会展现出一个神奇的特性，并可广泛用于蘸酱这种场景：面积一定的情况下，周长无限。以最常见科赫雪花¹分形为例做计算，如图 2-7 所示。

(1) 雪花从一个边长为 1 的正三角形开始，于是周长为 $L_0=3$ 而面积为 $S_0=1/4 \times 3^{0.5}$ 。

(2) 第一次迭代，每个边的正中间的 $1/3$ 线段处隆起一个边长为 $1/3$ 的小正三角形。于是周长增加 $3 \times (2 \times 1/3 - 1/3) = 1$ ，即变为上一轮周长的 $4/3$ 倍， $L_1=4/3 \times L_0$ ；但增加的面积相当于 3 个之前边长 $1/3$ 的小正三角形， $S_1=S_0+S_0 \times 3 \times (1/3)^2=S_0 \times (1+1/3)=4S_0/3$ 。

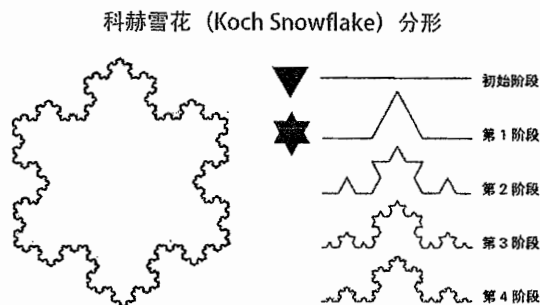


图 2-7

¹ 一般指科赫曲线 (Koch curve)，它是一种典型的分形曲线，是由科赫 (H.von Koch) 于 1904 年构造出来的。

(3) 第二次迭代, 每个边的正中间的 $1/3$ 线段处隆起一个边长为 $1/3$ 的小三角形。于是周长还是上一轮周长的 $4/3$ 倍, 即 $L_2=4/3 \times L_1$; 但面积增加 3×4 个更小的三角形 (其中 3 为最初三角形的三条边, 4 为每条边上隆起的四个小三角形), 这个更小的三角形边长为上一轮小三角形的 $1/3$, 即

$$S_3=S_1+3 \times 4 \times (S_0 \times 1/9) \times (1/9)$$

$$=S_1+S_0 \times (12 \times (1/3)^4)$$

$$=S_0 \times (1+3 \times 1/9+3 \times 4/81)$$

.....

迭代到第 n 轮, 雪花的周长是 $3 \times (4/3)^n$, 当 n 趋向于无穷大之时, 则周长趋向于无穷大; 而面积是一个等比数列的和, 其收敛到的最终面积为最初的三角形面积的 160%。这意味着尽管周长无限增长, 雪花的总面积仍然是有限的。

把这枯燥的数学语言翻译成“吃货”的话, 就是: 在不多吃食材的情况下, 能够吃足够多的麻酱。

当然, 对于毛肚或者西蓝花来说, 毕竟它们还是“肉身”或“菜身”, 无法像数学理论中那样无限迭代。而且即便在数学上, 它们的分形有可能也不具备完美的“面积一定但周长无限”的性质。但是, 它们在面积一定的情况下, 周长可以足够长, 至少超过其他大部分食材。同时, 牛百叶的独特纹理还有助于锁住调味料, 使其味道更加浓郁和悠长, 从锅到口的过程中麻酱不容易掉落, 端到端的美味转移效果最佳。

同样的道理可以用来解释, 为什么许多菜肴制作的时候手撕或者手掰比刀切的更佳, 比如炆炒手撕卷心菜或者手掰羊肉泡馍。这是因为手撕或手掰的过程更容易形成各种类似分形的接触面, 较之刀切形成的整齐切口, 能更饱满地吸收汤汁, 于是更加鲜美。

这种面积一定但周长趋向于无穷大的牛百叶结构, 在牛身上长出来, 当然不是为了让人好好吃。恰恰相反, 是为了让牛好好吃。因为牛百叶其实是牛胃, 功用是吸收水分及营养物质, 最终目的是高效获取能量。

只能说生物进化也有奥卡姆剃刀, 无论造物主是进化论还是上帝, 都有一把。面对各种各样生物的选择, 总能剪裁出最适合生物生存的那一个, 在这里就是分形无疑。

降维地球二向箔，烫平皱纹分形术

上面提到了各种减肥方案。GLP-1 减肥药是通过最新生物科技研制的；“管住嘴，迈开腿”是在世世代代的经验中凝结而成的……无论有多少种方案，总有一种适合各位将体重减下来。

可是，“肉之不存，皮将焉附”？肉是下来了，但皮不会少，堆在身上特别是脸上，自然成为难看的皱纹。*Aesthetic Surgery Journal*（《美容外科杂志》）刊出了一篇论文，根据最近几年的研究，使用司美格鲁肽类药物的人，越来越多出现了“司美格鲁肽脸”，具体表现为面部软组织的流失和面部凹陷下垂等。

其实，即使不是因为减肥，只是因为年龄的衰老，脸上也会出现一定比例的皱纹。这是不可逃避之事，其本身就是人体对生命规律的一种妥协。而这也是化妆品和医美医药公司重点关注的领域，吸引了海量的研发和营销投入，从涂膏到针剂再到手术，各种方案不断涌现。

最近几年，颇为流行且效果尚佳的一种方案是注射肉毒杆菌素，其工作原理是通过阻断神经与肌肉之间的信号传递来减轻皱纹。当注射肉毒杆菌素到特定肌肉时，肉毒杆菌素会阻断神经，从而乙酰胆碱不会释放。乙酰胆碱是一种使肌肉收缩的化学物质，没有这种物质作为信号，肌肉就不会收缩，从而皮肤会放松和平滑。但是这种效果是暂时的，因为神经会逐渐形成新的信号传递路径，肌肉也会适应新的运动方式。因此，肉毒杆菌素的效果通常只能维持几个月，之后需要重复治疗以维持除皱效果。

用肉毒杆菌素总归是治标不治本。皱纹产生的底层原因是，当做出皱眉或大笑等表情的时候，相关的面部肌肉会收缩，从而使皮肤形成褶皱。在年轻时，皮肤的弹性足以使肌肉放松后迅速恢复平滑状态。但随着年龄的增长，真皮层中的胶原蛋白和弹性蛋白会逐渐减少，导致皮肤失去一部分弹性和紧致度。于是，皱纹就堆积在脸上，最终也不能消失。

其实，除了老得太快，瘦得太快也会引起皱纹或者司美格鲁肽脸。在美容界有皮相美和骨相美之分。简单地讲，皮相美可以理解为皮肤好，吹弹可破如破壳之嫩鸡蛋，东方人因为皮肤细腻，往往容易体现出皮相美的特质；骨相美可以理解为脸部骨架能挂住肉，显得立体而灵动，西方人因为高鼻梁深眼窝，往往容易体现出骨

相美的特质。著名的美国明星波姬·小丝 (Brooke Shields)¹，年轻时候兼具皮相美和骨相美，而到了中年因为皮肤的衰老粗糙和松弛下垂，虽仍有美人的痕迹，但颇令人有“美人自古如名将，不许人间见白头”²的感叹，如图 2-8 所示。



图 2-8

难看的皱纹是皮相配不起骨相的一种表现。以减肥为例，假设体重减了 10% 变成了之前的 90%，那么皮肤面积大约为之前的 93.2%（即 $90\%^{2/3}$ ），而尺寸大约为之前的 96.5%（即 $90\%^{1/3}$ ）。这多出来的 3.5%（即 $100\% - 96.5\%$ ）的皮肤，就很容易在脸上或者脖子上形成褶皱。在最需要美的地方却堆积成皱纹，加之弹性变弱不能合理收缩，让人显老从而影响美丽。

打肉毒杆菌素毕竟只是个短期办法。借用都江堰水利工程的观念来看，其核心还是“堵”。如果要“疏”，可能需要下面这个搞笑但或许高效的方式，而且说不定能长久，其在供君一乐的同时，或许也能供医美研究者参考：这些多余的皮肤，能否用分形的思维，在脸上更有效更平滑地堆积，而让皱纹不再如此突兀？

其实，人体内已经有各种各样的分形。比如血管网络，其分形和树枝类似，特别是皮肤中的微血管网络，是一个自然天成的典型分形结构。这个网络由较大的血管分支成为较小的血管，再分支成为更细小的毛细血管，形成了一种复杂的分布模式。再比如皮肤的纹理，尤其是在指纹区域，也展现出一定程度的分形特性。

1 美国女演员、模特、作家。因曾与著名歌手迈克尔·杰克逊以及网球明星阿加西谈恋爱，而在中国颇为有名。

2 出自清代诗人赵艳雪的《和查为仁悼亡诗》，全文为：“逝水韶华去莫留，漫伤林下失风流。美人自古如名将，不许人间见白头。”

但要找到最合适、最有效率的分形，就要讨论分形的维度。在《三体》¹中来自歌者文明的二向箔，像熨斗烫平衣服一样，使地球文明二维化了。那介于一维和二维之间的分形，能不能也像烫平地球一样，使皱纹二维化呢？

因为分形的维度往往不是一个整数，所以引入豪斯多夫维数（或分形维数）来描述其维度。定义大概是，一个（线形的 / 平面的 / 立体的）分形的尺度放大为 k 倍后，其占有的空间（长度 / 面积 / 体积）是原来的 k^n 倍，那这个分形的维度就为 n 。

对非分形结构的平面图形来说， n 刚好等于该结构的空间维度：二维物体在各个方向放大为 k 倍，则面积是之前的 k^2 倍；三维物体在各个方向放大为 k 倍，则体积是之前的 k^3 倍。

所以，假设我们能找到一种维度更高的分形来做折叠，每次折叠都能使得皮肤的周长是上次的 $3^{n/3}$ 倍，折叠 m 次，使得 $(3^{n/3})^m = 100\% + 3.5\%$ ，就能使上面多出来的 3.5% 的皮肤收缩好而显得紧致。很显然，大方向上这个维度越高越好，使得能达到收缩紧致效果的折叠次数 m 越少。

分形展开，皱纹不再

为了更生动地解释以上关于分形除皱的思路，这里可以举出一个有趣的模拟案例。

假设因为减肥成功，脸部某处多出 1cm 长的脸皮需要折叠成正三角形皱纹来处理，最后我们用皱纹的面积来衡量皱纹的大小，也就是美观程度。很显然，美观度是皱纹面积的单调递减函数，即皱纹面积越小越美观。

在现有方案下，皱纹是一个正三角形，其边长为 1cm，则皱纹面积等于正三角形面积，即 $3^{0.5}/4 \approx 0.433\text{cm}^2$ 。现在有两个分形的方案，如图 2-9 所示。

1 是刘慈欣创作的长篇科幻小说系列，由《三体》《三体 2：黑暗森林》《三体 3：死神永生》组成，第一部于 2006 年 5 月起在《科幻世界》杂志上连载，第二部于 2008 年 5 月首次出版，第三部则于 2010 年 11 月出版。第一部经过刘宇昆翻译后获得了第 73 届雨果奖最佳长篇小说奖，第三部英文版获得 2017 年轨迹奖最佳长篇小说奖。2019 年，列入“新中国 70 年 70 部长篇小说典藏”。2022 年 9 月，《三体》入选 2021 十大年度国家 IP。

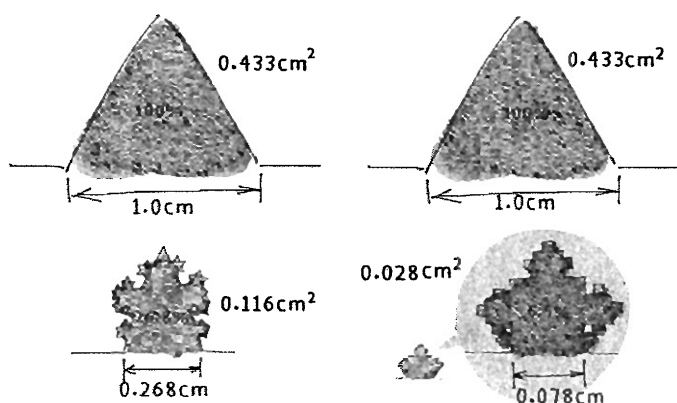


图2-9

(1) 方案1，位于图2-9的左下角：用标准的科赫雪花分形来折叠皱纹，共重复折叠4次。根据上面的定义，这个分形的维度约为1.26。经过计算，这个雪花分形有一个基座式正三角形，其边长约为0.268厘米，而对应的面积约为0.116平方厘米，为初始形状的26.8%。

(2) 方案2，位于图2-9的右下角：用以正方形为基础形状的雪花分形来折叠皱纹，共重复折叠4次，根据上面的定义，这个分形的维度是 $\log 5 / \log 3 \approx 1.46$ 。经过计算，这个皱纹雪花分形有一个基座式正方形，其边长约为0.078cm，而对应的面积约为0.028平方厘米，为初始形状的6.5%。

经过上面的计算和比较可以发现，利用分形确实可以很有效地折叠皱纹，让其横截面积大幅缩小，达到极佳的除皱效果。同时，分形的维度越高，折叠皱纹的效果越好。哪怕维度只是从1.26提高到1.46，这种看似不大的提升，折叠效果也提升了3倍多。

同时，上面的“分形”并不能实现数学意义上的无限复制，而只能实现有限的复制次数。但复制次数越多，折叠皱纹的效果越好。因此，对于各类专注于除皱的化妆产品以及医美产品来说，在玻尿酸和尿素素等产品路线无限“内卷”的情况下，也可以考虑一下使用分形来增强除皱效果。当然，选择分形的种类以及重复次数至关重要。分形除皱最大的劣势，可能是皱纹的表面不够光滑，但或许这至少产生了防滑的额外价值。

最后，谈到“内卷”，如果以上两种分形在复制的过程中不是“外卷”复制，而是“内卷”复制，则会在实现同样周长的情况下使皱纹面积更小，如图2-10所示。

于是，当大家在工作中被“内卷”折磨得死去活来的时候，在美容圈，“内卷”却可能成为一种积极有益的健康活动。

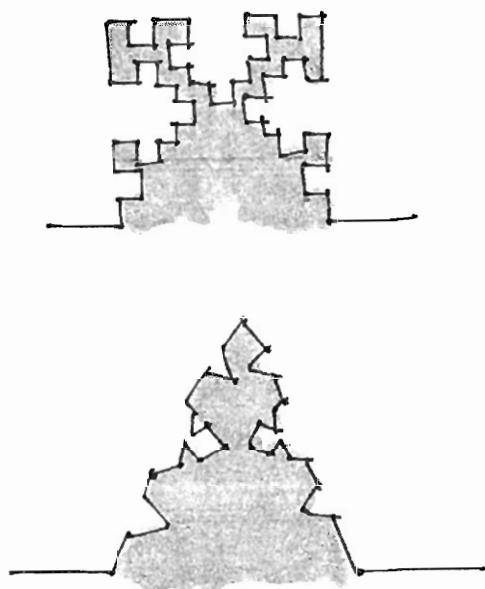


图 2-10

第 3 节

点菜是才艺也是博弈

图书 *Never Eat Alone* 的作者基思·法拉奇是一个来自贫穷家庭的孩子，他从给人当球童开始，逐渐成长为一个顶级咨询公司的合伙人。在阶层跃升的过程中，他悟出，人际交往和人脉网络对成功至关重要。而人际交往的一个窍门，居然是与人好好吃饭。他专门劝诫：大家一定不要独自吃饭，否则会浪费吃饭这个绝佳的社交场景，在“凄凄惨惨戚戚”和“吧唧吧唧吧唧”中，只收获了美食，而错过了友情或者事业。

先不论这个观点的正确与否，但饭局确实是每个人都必须参与的重要社交活动。

国内甚至有专门的高端课程，传授参与饭局的诸多规则礼仪。在优雅地进食和艺术地“觥筹交错”之前，点菜是给全场定位的重要环节（见图2-11）。



图2-11

这里使用二分法来分情况讨论，即分给大家点菜和给自己点菜两种情况。

点“好菜”不等于“点好”菜

给大家点菜一般有两种场景：自己主持饭局，需要体现主人的好客周到；自己服务饭局，特别是作为晚辈以及低职级的打工人时。此两种情况下，核心都是让大家吃得满意，且要面面俱到。所谓“面面俱到”，即要照顾到每个人“忌哪一口”和“好哪一口”，荤素搭配兼顾健康和口味，冷热排队兼顾速度和肠胃，干湿夹杂兼顾饭量和顺滑。如果不照顾客人的忌口，说不定会将宴会搞成“鸿门宴”。这也难怪，历史上许多有名的饭局，都和“掀桌子”的社交名场面挂钩，比如：项羽对樊哙的“赐之彘肩”，就颇有挑衅和试探的意味；曹操对刘备的煮酒论英雄，虽英雄惜英雄但却杀机四伏。

但最大的制约变量，在于到底点几个菜。根据行业规律和“吃货”经验，点菜数量等于吃饭人数加二，然后根据不同的场景做微调。比如：请客吃饭需要加一些

菜，以凸显实力和气量；家庭聚会可以控制一下数量，以制造意犹未尽的感觉。

但这个微调的变量，往往还是和总人数相关：如果是四五个人，可以不加；如果是十人左右，可以再略加一两个菜。如果细究这个变量的原因，很有可能人均最佳菜量在 1.1 盘菜左右。当总人数在四五人左右的时候，不涉及“进位”，因此无须基于总人数加菜；而当总人数在十人左右的时候，则需要“进位”，适当加一两个菜。

当然，还要考虑具体的饭馆差异和就餐地域的差异，比如：东北与西北地区的单个菜分量，就要远大于珠三角和长三角地区。当在东北或西北地区点菜的时候，就要悠着点、收着点。

点好菜还要看人品

除去拘谨的请客吃饭场景，还有不少场景是亲朋好友们聚会，大家各自点菜最后平分账单（AA 制¹）。这时候，大家比较容易“放飞自我”，展现出最“吃货”、最自私自利的一面：对于平时舍不得花钱而又喜欢的菜肴，往往下手阔绰。这里的底层逻辑其实很简单：贵菜往往“效用”高但风险也高，很容易出现“价不配味”的情况。如果自己单吃，就能享受所有的效用，但需要承担所有的风险。而如果在聚餐时点菜，只需要承担小部分成本而却有可能享受超值效用。即使自己所点的贵菜最后“扑街”，也可以由大家一起分担损失，自己还能享受其他人点的菜。于是，大家都点“高风险、高回报”的贵菜，出现“价不配味”和“德不配位”的情况。

以上的现象，就是经济学上常说的负外部性。在经济学的经典理论中，负外部性的场景大概如此：几个牧羊人共有有一个公共牧场时，就很容易过度放牧，而不会考虑公共牧场的休养生息。因为让自己的羊群吃得更饱，个人似乎不用承担任何成本。但最后大家会合力将公共牧场“薅秃”，最终公共利益的受损也会带来每个人利益的受损。

这个点菜的案例也有负外部性，因为存在类似的机理和连锁反应。在“吃货”的社交活动中，一个“吃货”的点菜行为，会直接影响到另一个“吃货”的经济利益。于是，在最终结果中就体现出了外部性。而在此处，这种影响是负面的。

1 一种社交和经济行为，核心原则是在集体活动中的参与者共同分担所需的费用。适用于餐饮聚会、旅游及其他共同消费的场所。具体实施方式可以是每个人按照自己的消费额独立支付，也可以是轮流由不同的参与者支付。

根据以上的信息，可以建立简单的模型如下：

假设大家分食自己点的菜，因为存在边际效用递减，在这道菜上的成本会被完全平摊，但效用不会被平摊。即如果一个人吃一道价格为120元的菜，其效用为100元，四个人平分这道菜，每个人成本为 $120/4=30$ 元。但是每个人的效用会大于单人效用的四分之一。

效用之所以没有被平摊，来自边际效用递减原理。一个人吃整道菜的过程，可以分解为把这道菜平分为四份并逐步吃下的四个步骤，每一个步骤为吃下其中的一份。很明显吃第一份的效用 $>$ 吃第二份的效用 $>$ 吃第三份的效用 $>$ 吃第四份的效用，因为饥饿感越强，吃下相等食物的满意度越高。比如可以假设：从吃第一份菜到第四份菜的收益，分别为40、30、20、10元，那么四人平分这道菜时，每个人都在吃“第一份”，效用大于总效用的四分之一（即25元）。所以在净效用方面，独食的净效用 $=100-120=-20$ 元；分食的净效用 $=40-30=10$ 元。这就是大家吃饭喜欢找“饭搭子”的原因，在轻松吃饭的同时，也可以实现效用超值但成本平摊。

包含“饭搭子”的各种“搭子”，在2023年左右开始异常流行，也是因为大家在经过三年新冠疫情之后，都有种看淡人生和识破红尘的味道，做许多事情的目的更净化、更单一化，将社交目的从享受美食或者各种爱好中剔除出去，做到更纯粹化地享受人生。而这时，各种“搭子”无疑是上乘之选。

二十年前的 *Never Eat Alone* 提倡在吃饭时找社交资源，“无社交不吃饭”；而当前的各种“搭子文化”，却非要找纯“饭搭子”吃好饭不社交。悲观地想，这是从激情拼搏到“躺平”享受的衰退。乐观地想，这是从了无生趣到事业生活爱好的多方平衡。一体两面，各有各的道理。

回到无良“饭搭子”点菜的问题，可以将上面的现象简化，转化为点菜的二分极简模型，如下：

（1） n 个人外出就餐，每个人需要点菜一道，每个人都是极度自私的经济人。

（2）费用方面，所有人平分账单，不考虑每个人吃多吃少和点贵点贱。

（3）每个人对每道菜的效用函数不同，但均为菜价的函数。而每道菜的效用可能大于、等于或者小于菜价，也可理解为：效用基于每个人的不同偏好以一定的价格差为标准差，围绕菜价的期望值，做随机的正态分布。

（4）有两种菜——贵菜和便宜菜。贵菜负责供“吃货”享受和满足好奇心，吃到一定量即满足，存在较强的边际效用递减，而且“吃货”平日单吃时很少点，其效用围绕价格会有较大的标准差。因此在分食的情况下，菜价分摊但效用超值，

即只吃贵菜的 $1/n$ 份而收获的效用，有更高的概率大于贵菜 $1/n$ 的成本。便宜菜负责管饱并提供能量，效用的分摊基本同步于菜价的分摊，简单起见，不考虑便宜菜的边际效用递减情况，而且“吃货”平日单吃时经常点，其价格基本等于效用，标准差较小。

(5) 一次令人满意的就餐，不仅需要贵菜来满足食欲和好奇心，也需要便宜菜来提供能量和填饱肚子。

基于上面的模型，就会出现点餐困境，类似于多人版的囚徒困境：每个人都会点贵菜，傻子才会点便宜菜。因为站在个体层面，较之点便宜菜，点贵菜总是一个在效用上更优的方案。

最终的局面是：所有人都点贵菜，一堆硬菜而没有青菜和主食，于是没人吃饱，同时吃得不健康；除了没有填饱的肚子，还有瘪下去的钱包，因为这顿饭远超预算。

上面模型描述的故事，看似只会发生在为了一口食物不管不顾的“吃货”中，然而，“人为财死，鸟为食亡”可不是古人胡乱总结的。从“食”到“财”，有一个天然的延伸。而其实同样的事情，会经常发生在以精明和高智商著称的投资人群体中。

价不配味点错菜，德不配位管丢钱

私募基金行业聚集了世界上最聪明的一群人，也是收入最高的一群人。私募基金如此吸金以及吸睛，其实源于其神奇的商业模式。私募基金里面存在两种主要角色：无限合伙人（General Partner, GP），泛指股权投资基金的管理机构或自然人；有限合伙人（Limited Partner, LP），泛指为股权投资提供资金来源的群体。GP 管理 LP 的财富并努力实现增值，GP 和 LP 分享投资收益。

GP 的收益分为两部分：管理资金的 2%，作为每年的管理费；管理资金收益的 20%，作为提成。GP 的成本主要就是人力成本和运营成本。很容易发现，做 GP 是一桩稳赚不赔的生意，日常的运营费用由管理费来承担，而投资收益也“旱涝保收”，赚了找 LP 分走 20%，赔了劝 LP 要认赌服输。所以，GP 会去冒更高的风险而获得更高的收益，甚至不计成本不计风险，反正风险由 LP 来买单。而 GP 的唯一约束，就是未来在这个行业的信誉。不过，换个“马甲”从头再来的故事，也非常常见。

为了防止这种事情发生，LP 把资金给 GP 的时候，往往也会要求 GP 把自己的钱放到基金里面，大概的占比为 1% ~ 5%。虽然，这样能解决部分问题，但仍然是杯水车薪。

一家私募基金中，如果 GP 提成 20% 而出资 5%，这属于非常常见的操作。与上面提到的点菜困境做类比：每一个投资标的的选择，类似于 20 个人的 AA 制点菜；对于每道高风险贵菜，GP 只负担 5% 的菜价却可以享受 20% 的回报。

不仅如此，聪明的 GP 还会想出新的机制，让这个投资“饭局”更利于自己，比如：建立起类似老鼠仓的 Family Fund（亲朋好友内部小基金），这个小基金由 GP 完全出资，基于 GP 为 LP 们管理的那只基金，优中选优跟投部分项目，类似于进一步提升收益但屏蔽风险，并 100% 享受其中的获益。如果回到点菜这个场景，这就相当于大家点的菜上桌之后，某个菜因为掌勺的大厨天赋神技并灵光乍现，味道超过预期，而且再多吃也不会有边际效用递减的现象。这时候，点菜的这个人（也就是 GP）自己掏钱又加了半份，并跑到另外一桌独食。

即使这样，私募界的 GP 们对于出资人 LP 还算仁慈。在美国人神共愤的投资银行中更加夸张，投资银行交易部门主要的收益来自交易费，而其中交易员的收入主要由工资和奖金决定，其完全不负担任何风险和成本。于是，交易员们疯狂地追逐风险最高、回报最高的各种金融产品。这种倾向的顶峰，就是搞出来次贷危机¹和金融风暴。但在风暴前的数年，他们已经拿走“高不可攀”的奖金，兑现成自己的奢靡生活。而在风暴之后，他们拍一拍屁股走人、挥一挥衣袖带走巨额现金，而无须对身后的滔天洪水承担任何责任。这种极大的不公平和对公共利益的伤害，最终引发后面老百姓的上街游行——“占领华尔街”运动。

英语用一个词组——Moral Hazard（道德风险）来总结上面的现象。其实可能用“德不配位”更加合适，一些私募基金的 GP 或者投资银行的高管们，业绩很差也拿走这么多佣金，并不能配得上他们的道德以及贡献。

¹ 也称次级房贷危机。是指一场发生在美国，因次级抵押贷款机构破产、投资基金被迫关闭、股市剧烈震荡引起的金融风暴，致使全球主要金融市场出现流动性不足危机。美国“次贷危机”从 2006 年春季开始逐步显现，2007 年 8 月开始席卷美国、欧盟和日本等世界主要金融市场。次贷危机已经成为国际上的一个热点问题。

除了普惠的民主还要高效的市场

要解决上面的点餐困境，最直接的方案就是民主的“普选制”或“投票制”：每个人点菜之后，公布自己的选择，大家投票一致通过或者半数通过后，才能点成这道菜。这个方法确实解决了不少问题，但也引入了新麻烦。首先是慢，如果要保证 n 个人点齐 n 道菜且大家都认可，估计有人会在上菜前饿晕在桌上。其次，即使可以边点菜边投票边下单，但选好一个菜就叫服务员来点一个菜，也很有可能被服务员嫌弃。最后，即使点菜的数量和速度都达标，也很难均衡实现荤素搭配、“冷热排队”和“干湿荟萃”。

下面是一个改进的算法。

(1) 把菜分为三类，且为每个种类的菜设置数量的标准值，比如：荤菜的标准值为 4 道、素菜为 3 道，凉菜为 3 道。

(2) 10 个人聚餐且均摊费用，大家分别埋头点菜，一人点一个菜，种类和价格不限。

(3) 盘点三个种类目前点菜的数量，对于点菜数量超过标准值的种类，按点菜的价格排序，从高到低取消排在前面的菜，直到剩下的菜数量等于标准值，而剩下的菜被称为“合格点菜”。

(4) 当合格点菜数量等于标准值的时候，该种类已经满额。于是可立即下单，以免饿晕造成健康事故。

(5) 被取消点菜的人重新点菜，但只能在未满额的种类里进行。但如果未满额的种类里已经有点成功的菜，新点的菜的价格不能超过目前点成功的菜中的最高价。这样设计可以激励大家进行差异化竞争，以及避免极端情况，比如：最后一轮点菜只剩一个人能点，则可以在最后剩下的种类里面“恣意妄为”，随便点最高价的菜。

(6) 如果还有未满额的种类，重复步骤 3、4 和 5，直到全部种类满额。

以上算法能通过分类区隔制造“差额选举”，带来合理的竞争，否则 10 个人点 10 个菜很难有竞争。算法又保证了每个人点菜的权利，而且越早点完，点菜的人获得越大的收益，因为越到后面价格上限越低且种类限制越多。而且因为竞争和点的菜被取消的压力，点菜人不会恣意点出高价，所以每个人在点的菜的价格和种

类上会考虑差异化和合理化，最终迅速完成满桌的点菜。

另外，因为这里只有三个种类的菜，而每一轮点菜至少可以完成一个种类的点菜。所以最多只有三轮点菜，于是每一轮点菜之后就可以立即下单，不仅能在服务员发飙之前尽快完成点菜，而且还保证了上菜的速度。

对于 LP 和 GP 投资的问题，也有类似的算法存在。LP 一般会基于自己所有的资金，做投资组合规划和风险分散（portfolio management and risk diversification），比如：分散在国债、指数基金、对冲基金、PE（Private Equity，私募股权投资）和 VC（Venture Capital，风险投资）等不同种类的投资产品里。同时，LP 还会定期对各个种类的资产以及对应的 GP 进行盘点，表现不好的尽早淘汰。在淘汰之后，要么在同一种类中引入新 GP，要么把资金份额给其他种类进行再分配。虽然这达不到上述点菜优化算法带来的效果，但聊胜于无。

吃的总结：链式思维导图

本章的链式思维导图（见图 2-12）展现了如何定义关于面食的函数。因为其原料在全球广泛分布，横跨多个地域、多个气候带，面食在全球多数文化中都占有重要地位，甚至可以说是一种普遍存在的食物类型。但是，不同文化有着各自独特的面食种类，这反映了当地的农业、历史和饮食习惯，甚至还代表着文化和承载着骄傲，比如：如果说比萨就是馅饼，可能意大利人和中国人都会觉得受到了侮辱。好在有“面食函数”在各个面食空间之间转化，能够制造出一种“天下大同”的和谐。

然后利用奥卡姆剃刀原理，在数量和维度上做文章以简化问题。接着进一步利用介于一维和二维之间的分形，探讨牛百叶的高效吸收能力以及在美容领域祛皱的可能前景。前者是生物进化的奇迹，只是被数学家发现而已，而后者可能是美容业可以考虑的方向。

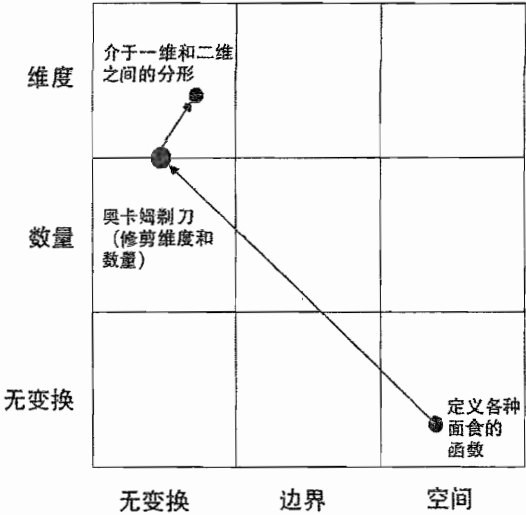


图 2-12

接下来，如图 2-13 所示，利用从人数到菜数，以及从价格到效用的各种空间转化函数，帮助大家完成更优雅更实惠的点菜，再利用设定边界来突破多人点菜的道德困境。

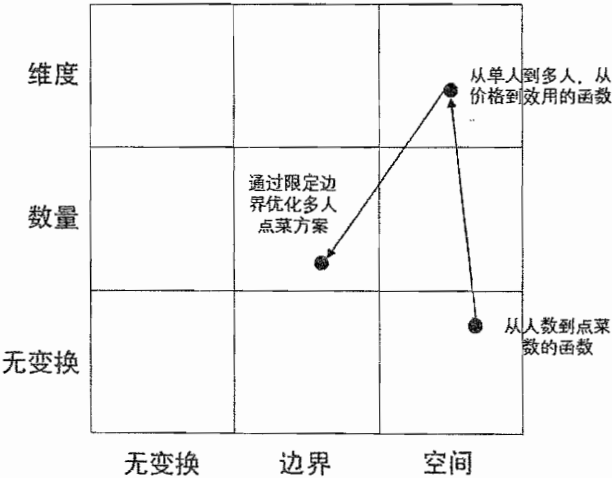


图 2-13

第3章

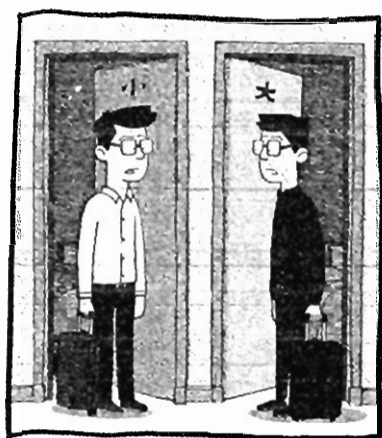
住出空间住出时间

《雕刻时光》是苏联著名导演安德烈·塔可夫斯基的名作，讲述其对电影、对艺术尽其一生的求索。而北京也曾有一个文艺小资的咖啡馆，借用这本书来命名并成名，成为早年间小资的聚集之地。

可见时间空间不分离。

就像《三体》里所说的“给岁月以文明，而不是给文明以岁月”。我们不仅要给空间以时间，让其沉淀出价值，也要给时间以空间，让其散发出意义。

其对电影、对艺术尽其一生求索的《雕刻时光》一书中文版于2010年5月在国内出版。其第一部长故事片《伊万的童年》于1962年获得威尼斯影展金狮奖，第二部电影《安德烈·卢布廖夫》于1969年获得戛纳电影节金棕榈。



第1节

住的是空间但也有时间

曾有人说，断舍离¹是提高生活质量的魔法，用前面的语言来说就是，奥卡姆剃刀原理的“如无必要，勿增实体”。

对应居住场景，就是要将使用频率低或过气的东西扔掉，或者将其作为二手商品变卖掉（见图3-1）。当然要断舍离的不仅仅是物品，还有可能包括同住的人，比如不爱你的人。对于新一代的年轻人来说，扔东西往往是“口拒体诚”²。真到扔东西的时候，大部分人还是扭扭捏捏的：这个舍不得，那个还有用。只不过，让老一辈人扔东西更是难上加难。无论是谁，不扔东西的最后结果都是活动空间越来越小。



图3-1

1 出自日本作家山下英子所著的《断舍离》一书。即勇于舍弃无用之物，调整心态，改变自己。与古语中的舍得、心理学上的空杯心态有异曲同工之妙。

2 嘴上说着不要身体却很诚实，比喻人心口不一，说的和做的不一样。

仁者见之谓之仁，智者见之谓之智

我（树明）的一位伯父，很可能是因为做数学家的原因，熟练掌握了奥卡姆剃刀原理。在 21 世纪初，他就告诉我们：一定要勤扔各种束之高阁的破烂存货，因为它们会占据大量的空间。这些破烂看似有用，但其实八百年也用不上，最终产生的价值，要远低于其存放空间相应的房价甚至租金。因此要学会善待自己，而不是善待破烂。

详细的计算过程如下：北京的房价，除以 70 年的产权时间，再乘以破烂存放的时间，得到存放破烂所需的时空成本，其可能远大于在需要这些东西时再次购买的价格。而且，房价可能会越来越贵，新东西则通常越来越便宜，这种存放破烂的亏损会越来越明显。

回头来看，这段话充满了人生的智慧：在时间的维度考虑空间的问题，在时间的维度考虑财富的趋势。同时，将两个不同维度的物品归一化到一个维度，然后做精细的比较，选出价值更大的那个。从而可以列出一个严格的价值不等式：明天 1m^2 的房间 > 今天 1m^2 的房间 > 今天 1m^2 的破烂 > 明天 1m^2 的新品。

然而，仁者见仁智者见智。这个不等式其实有好几层。当时在场的一帮亲戚朋友，从中看到了空间较之破烂更大的价值，于是扔掉了很多破烂腾出空间。而几个更年轻的晚辈，从中又上升了一层，看到了未来的空间不仅比未来的破烂值钱，而且还比今天的货币存储到未来更值钱，于是，赶紧在北京买房，顺势装下自己现有的以及日益增长的各种破烂。在这 20 年间，北京的房价涨了不少 10 倍。考虑到这个因素，后者明显站到了更高的楼层，并看到了更远的风景。

以这个逻辑来观察世界，童话大王郑渊洁的经历是另一个更加经典的案例。从 20 世纪 90 年代开始，因为《童话大王》爆红，郑渊洁收到雪片一样飞来的读者来信。为了存放和纪念粉丝们的爱，郑渊洁在北京买下了 10 套房子收藏这些来信¹。其初衷是为了不辜负读者的厚爱，没想到因此收获了意想不到的财富。

前者是在现有空间中做存量优化，腾挪出了更多空间留给自己，让自己享受了人生。后者收获了更大的利益，是因为考虑了空间的时间价值，用了基于现在面向未来的增量思维，为了存放现在的破烂而购买了更多的空间，在享受人生的同时，还实现了更大的财务增值。

¹ 郑渊洁在俞敏洪直播间做客时自己爆料。

对于每 1m^2 来说，前者扔掉 1000 元的破烂，省得花 1 万元再买这 1m^2 来享用，“净赚”了 9000 元；后者“浪费”了 1 万元来存 1000 元的破烂，20 年后破烂还在， 1m^2 变成了 10 万元，净赚了 9 万元，相当于用前者当年享受的 9000 元，在这 20 年间，完成了年复合收益率达 12.2% 的复利投资¹。其中 12.2% 的计算用到了非常经典的复利公式，即：

$$S = P \times (1 + i)^n$$

其中： P 代表本金， i 代表利率， n 代表期数， S 代表复利计算出的本利和。

套用公式即可知：

$$\text{年复合收益率} = (10 \text{ 万元} / 1 \text{ 万元})^{1/20} - 100\% = 12.2\%。$$

做时间的生意

除了上面的时间换空间以外，在酒店业以及航空业领域，数学家建立起一门叫作收益管理的专业，帮助行业内的公司来提升收入并优化利润。这门专业的核心，就是将时间纳入酒店这门空间的生意。

很多酒店里，都有一组核心的专业人员从事收益管理，他们是真正的时间管理大师和空间“收拿”大师。只不过，他们管理的不是自己的时间，而是酒店房间的时间，同时用客户的时间做博弈。而且，空间的“收拿”也不是“收纳”，是帮助酒店从客户那里收钱、拿钱。

时间管理大师们管理的最小颗粒度²是“间夜”，即一个房间的一夜，是一个“空间维度 × 时间维度”的指标，而时间是指该酒店房间需要出售给客户的单位时间，也是酒店房间这个空间的最小可出售时间。

1. 酒店间夜价

酒店房间的价格，往往用间夜价来标出，但其并不是一成不变的，而是根据季节以及距离入住时间的长短来回波动的。总体来说，节假日、寒暑假或大型展览会

1 复利是指在计算利息时，某一计息周期的利息是由本金加上先前周期所积累的利息总额来计算的计息方式，常用于对本金及其产生利息的计算。

2 原先为胶片成像术语，指感光底片经曝光洗印以后，形成影像的颗粒粗细程度。感光度相同的底片，颗粒度越细，图像的清晰度就越高。此处指单位。

和活动（比如广交会、奥运会等）期间，酒店房间更贵。另外，距离入住时间的长短也是关键变量：距离入住时间越近，价格越贵；但越过了一定的临界值，价格就会大幅跳水。价格波动的主要原因是随时间变化的供需平衡。

当客户的预订时间与实际入住的时间相隔较长，即预订较早时，酒店的时间管理大师们会倾向于给出正常价格。这是因为客户帮助酒店提前实现了房间的变现，尤其在不能退房或退房需承担罚款的情况下，酒店更愿意提供合理而“亲民”的正常价格。

随着时间的推移，时间管理大师们会根据历史数据和行业经验预估供需平衡点，并采取不同的价格调整策略。旺季的房间在最后一刻也有很高的概率售出，于是酒店开始涨价，属于皇帝女儿不愁嫁的阶段。如果是淡季，则房间在最后一刻仍有一定概率闲置，于是酒店开始通过各种方式降价或促销，如在各种商旅平台做活动，或者推动大客户经理联系熟客做推广，而这些熟客常常在酒店举行活动或会议。

2. 盯住 12 点

随着当前时间超过中午 12 点，售出当天房间的期望值跌到冰点。而酒店房间是否有客户入住，对酒店的总体运营成本影响十分有限。于是，时间管理大师们，会本着有枣没枣打三竿的心态，用极低的价格抛售该房间。

虽然，真有可能存在极少数客户，碰巧最后一刻上门住店。但这时候的买家大概只有三种人：

其一，“薅羊毛”的精明客户。他们会像股市盯盘一样随时准备抄底，只不过他们最惨也是空手而归，但绝不会抄底抄在“半山腰”。

其二，本地客户。其租用酒店房间来玩麻将或搓蛋，对这种客户要控制其音量，以免过度骚扰其他高价值客户。

其三，某些另类的“时间管理大师”¹。他们要做个人层面的“时间管理”，这时酒店需要仔细完成身份证检查等必要手续，以免违规被罚。

但不管怎么样，对于精于此道的客户来说，中午 12 点之后去酒店寻找当天的房间，往往能收获意外的惊喜。

1 形容对时间管理、规划和掌控能力很强的人。现在，主要用来讽刺那些能够在多个异性之间“游刃有余”而没被发现的人。

除此之外，对“薅羊毛专业户”来说还有些入住酒店的省钱妙招。

3. 省钱妙招——攒积分

不少酒店为客户提供积分激励体系，以此来提升客户忠诚度。客户通过住店等消费方式获得积分，而积分又可以换“间夜”。在不少酒店的积分体系内， N 次入住（stay）获得的积分，大于一次入住但住够 N 晚（night）的积分。积分激励的初衷，是希望客户多选择该酒店，而来了就不怕客户走。

这里可以用乘法交换律来思考。虽然，客户的消费支出方面满足乘法交换律， N 次入住 $\times 1$ 晚 $=1$ 次入住 $\times N$ 晚 $=N$ 晚住在酒店。但是，积分方面不满足乘法交换律， N 次入住 $\times 1$ 晚 >1 次入住 $\times N$ 晚。乘法作用在不同空间中，客户存在套利机会。

于是，有些客户化身“薅友”，在两个酒店之间来回换，以期获得更多的积分，为将来用积分换“间夜”打下基础。比如：某人在一个地方从周一住到周五共四晚，周一住A酒店，周二换到B酒店，周三再换到A酒店，周四最终换到B酒店，形成周一到周四ABAB酒店的记录。最终在A和B酒店都攒齐了两次入住和两晚的积分，总积分会超过连续在A或B酒店老实住满4晚获得的积分。

如果用更加直观的数据来表示，可以这么来理解：A酒店和B酒店分别为1000元和1050元一晚，在A酒店每次入住和每住一晚分别获得100元和15元等值积分，而在B酒店每次入住和每住一晚分别获得110元和20元等值积分。而这个客户有三个方案，其相应的收益及总成本如下。

- 方案1：在A酒店连续住4晚，支出4000元，但获得1次入住和4晚的积分，总共为100元 $+4\times 15$ 元 $=160$ 元，实际支出为 $4000-160=3840$ 元。
- 方案2：在B酒店连续住4晚，支出4200元，但获得1次入住和4晚的积分，总共为110元 $+4\times 20$ 元 $=190$ 元，实际支出为 $4200-190=4010$ 元。
- 方案3：周一在A酒店住，周二换到B酒店住，周三换回A酒店住，周四在B酒店住并结束整个旅程。酒店总支出为 $1000\times 2+1050\times 2=4100$ 元。但在A酒店获得2次入住和2晚的积分，总共为 2×100 元 $+2\times 15$ 元 $=230$ 元。而在B酒店获得2次入住和2晚的积分，总共为 2×110 元 $+2\times 20$ 元 $=260$ 元。实际支出为 $4100-230-260=3610$ 元。

从三个方案的对比（见图3-2）可以看出，通过在两个酒店之间来回折腾，可实现入住次数最大化，从1次提升到4次，从而使等值于现金的积分奖励最大化，

最终将入住成本拉到了最低。

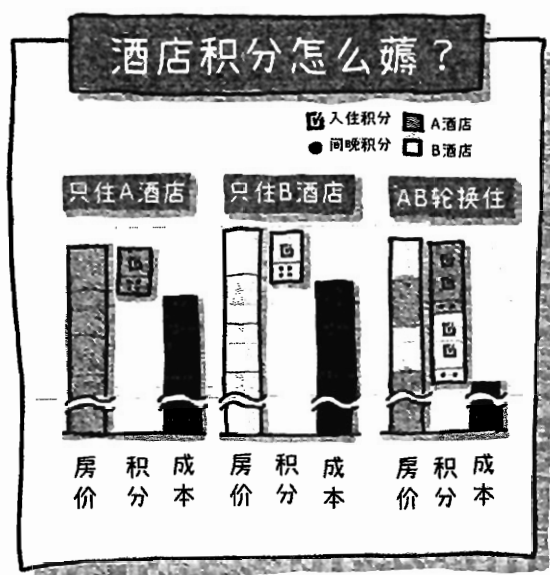


图 3-2

来回折腾酒店看似麻烦，但是许多人却得到了更多的积分，同时也为艺术贡献了素材。郭德纲的相声《梦中婚》的情节，大概也来源于此：等他有钱了，就会下榻保定国际驴火酒店，定上闹表，三分钟换一个房间然后把整个酒店住满。其实他们才是真正的时间管理大师（见图 3-3）。

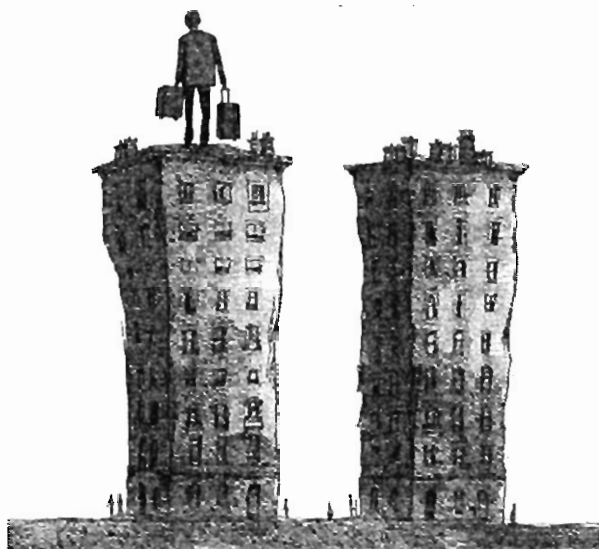


图 3-3

4. 省钱妙招二——预订

如果有假期出行计划，最好预订酒店。如果担心不能清晰规划太远的未来，就优先选择取消免费或取消费用低的酒店来预订，算是给自己的一份“间夜期权”或保险。

另外，如果要去的地方或酒店太热门，不提供免费或者低价取消预订房间的权益，那可以考虑和亲朋好友成立旅游联盟。当自己预订了房间，却因临时改变计划而不能退款时，可以在这个旅游联盟间原价或打折转让。如果还担心转让的成功率不高，则可以把旅游联盟搞得更大一些，甚至可以从一度人脉拓展到二度、三度、四度人脉。这也部分解释了最近互联网上火热的各种旅游搭子¹现象，重在实惠不在感情。

随着这个流程进展得越来越深入，人脉的度数也会逐渐增长到六度。根据著名的六度理论²，世界上任何两个人之间只需要六度人脉就可以连接。因此恭喜你，做成了一个伟大的全球在线旅游交易平台，也俗称 OTA（Online Travel Agency，在线旅游机构），甚至比这个模式的领头羊携程和 Expedia 还要伟大。因为这个新平台不仅覆盖全球，而且人和人之间的互动更加紧密。

第2节 吸引力法则

西方有句著名的谚语：You Are What You Eat（人如其食），说明饮食可反映

1 最近兴起的一种旅游新形态，主要由一个人或多人发起邀请相约结伴旅游而设立，方便找到志同道合的同伴结伴相约同行，区别于传统团队旅游，发展于散客旅游、自助游、互助旅游基础之上的新型旅游模式。

2 六度理论（Six Degrees of Separation），又称为“六度分隔理论”，是一个社会心理学的概念。这个理论认为，世界上任何两个人之间所间隔的“熟人链”不会超过六个人，即一人可以通过最多六个中间人与世界上任何其他人建立起联系。

一个人性格。同样，还有 You Are Where You Live（人如其住），即住的地方对一个人也有很大影响，如我们所说的环境改造人。从古到今，古有“昔孟母，择邻处”¹，今有高价学区房。当初的高价，大部分是由重点中小学的入学资格来支撑和驱动的。即使学区资格从确定入学退化成了抽签派位，不少学区房的价格依然坚挺或部分坚挺，因为小区及周边的学习氛围守护住了房价。甚至在一些超级“鸡血”的学区房小区，好事的大爷大妈会组成“玩童纠察大队”，劝诫在小区里玩耍的孩子早点回家学习，否则学业落后考不上好的学校，最终会影响小区的房价，使得大爷大妈的资产贬值。所以，优化进食，塑造自己；改变住处，改造自己。

你瞅啥，取决于你懂啥

要居住在好的环境中，首先要有眼光去发现好的环境。

很早以前，大家就说东北人特别有眼光。因为东北苦寒，于是东北人很早就南下“占领”了海南省，在房价大涨之前投资置业，甚至很多人戏称海南省为“东北省海口市”。只要是去过海南旅游的人都会说，感觉海南遍地都是东北人。

但是，人的感觉真的可靠吗？

1. 从数据知结果

首先来看一组数据。根据《中国人口普查年鉴-2020》中关于海南省外来人口的户籍登记省份（含自治区、直辖市，下同）排名（见图 3-4），广东、四川和广西排在前三名，最靠前的东北代表黑龙江也只排在第七名。这个结论看似令人诧异但其实合乎逻辑：排在前列的省份，一种是靠近海南的南方省份，其不仅与海南距离近，且这两个省份的人与海南人生活习惯接近，比如广东、广西；一种是人口基数大且外出务工动力强的省份，比如人口大省四川和河南，它们分别排在第二名和第四名。

1 出自《三字经》，讲述战国时，孟子的母亲为了给孟子找一个合适的学习环境而三迁其居的故事。

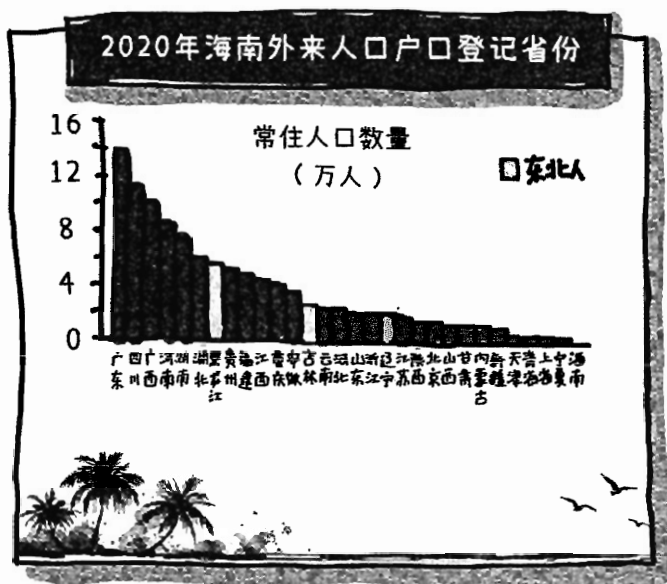


图 3-4

2. 差异的三个因素

几乎达成共识的感官印象，为什么和实际数据有这么大的差异？主要有三个因素。

第一：认知的分组与数据的分组不同。东北不光包括黑龙江、吉林和辽宁三个省，甚至包括了内蒙古的部分地区，即使只把这三个省的数据加在一起，也大约有10.0%，能够排在第四位，占比的显著度和排名均明显提升。但我们牢不可破的大脑里，把东三省的人归拢起来，构建了一个叫作“东北”的新省。

第二：东北人更容易被我们感知。东北人很容易把方言当作普通话讲，在社交媒体的“病毒传播”和影视节目的推波助澜之下，东北土话化身东北腔网络金句，辨识度极高。再加上东北人又特别爱主动聊天和被动接茬，进一步提升了自己在人群中被发现的概率。这个现象，如果用概率来解释就会更加清晰。

- (1) 事件 A_1 = 在海南遇到东北人。其概率为 $P(A_1)$ 。
- (2) 事件 A_2 = 在海南遇到非东北人。其概率为 $P(A_2)$ 。
- (3) 事件 B = 能分辨出所遇之人来自哪个省份。其概率为 $P(B)$ 。

(4) 我们自以为, 在海南遇到东北人的概率为 $P(A_1)$, 但其实这里有个先决条件, 即我们能分辨出遇到的人来自哪个省份, 即真实的概率为一个条件概率, 即 $P(A_1|B)=P(A_1 \cap B)/P(B)$ 。同理, 遇到的人为非东北人的概率为 $P(A_2|B)=P(A_2 \cap B)/P(B)$ 。

(5) 如果 A_2 发生在广东、四川、广西等排在前三名的省份，实际情况将会是 $P(A_1) < P(A_2)$ 。但如前面所提到的，东北人易于辨识，于是遇到东北人并分辨出其来源省份的概率较高，于是有 $P(A_1 \cap B) > P(A_2 \cap B)$ 。这意味着，对大多数人来说，在能通过口音和外貌判断出来源省份的群体中，东北人的比例要高于他们在总人口中的实际比例。这最终导致 $P(A_1|B) > P(A_2|B)$ ，使得我们误以为：在海南的外省人中，东北人的占比大于其他任何省份。

第三：可能的样本偏差。也许我们去的地方很特别，能够以过高的比例遇见东北人，如东北烧烤摊儿、鸡架餐馆等。

这三个因素都会导致我们的认知偏差。

3. 视网膜效应

先验概率产生的偏差还有一个学术名称，叫“孕妇效应”，又称“视网膜效应”，即：某些偶然事件，因为自己的关注而被误认为是普遍现象。这些偶然事件可以是遇上了讲东北话的大爷、怀孕的妇女、开电动车的帅哥等。

这个定理意味着，当我们关注某件事情或者某个群体时，就会更加注意这些事情或者群体的存在，提高了“看到”类似事物或者群体的概率。这使得确认和识别这类事物或者群体的概率，大于这类事物或者群体在总体中的真实概率。比如孕妇会更容易注意到其他孕妇，因为她们对自己的身体状态更加敏感，也更容易关注到与自己身体状态相似的人群（见图 3-5）。



图 3-5

这种现象并不是孕妇特有的，而是人类大脑的一种普遍认知偏差。它也提醒我

们，当我们对某件事情或者某个群体有过度关注的时候，可能会忽略掉其他重要的信息。

科技越发达，本应该越能打开人类的视野和认知范围，而代表着当今最前沿科技的互联网和 AI，其发现发明发展的初衷也正是基于此。而可悲的是，以这两项技术为基础建立起来的智能推荐，通过不断给用户推送短视频或者图文，却给用户建立起移动互联网领域的“小院高墙”或者“信息茧房”，让人类只看到自己愿意看到和愿意相信的信息而不自知，深深以为世界就是自己想象或者希望的样子。甚至，这个自己想象或者希望的样子，还完全是被某些平台方的商业利益所操控的。

因此，在做出决策或者判断时，我们应该尽量保持客观和全面，不要被自己的主观感受所左右。甚至应该有意识地突破信息茧房，故意去寻找一些自己不熟悉、不认同的信息，然后尝试着去理解，最后将这些信息和观点纳入自己的决策体系。正如《了不起的盖茨比》的作者菲茨杰拉德¹所说：同时保有两种截然相反的观念还能正常行事，是拥有第一流智慧的标志。

虽然，我们总以为自己是理性而客观的，但其实有无数个坑，让我们主观偏离客观且不自知。借用著名社会学家马克斯·韦伯²的一句名言，在寻求价值和意义方面，“人类是悬挂在自己编织的意义之网上的动物”；而在观察和判断方面，“人类是盘踞在自己挖掘的主观之井中的青蛙”。

最后，用一句东北话结束这一部分：你瞅啥？你能瞅见啥，取决于你懂啥。

人如其信

从“人如其食”到“人如其住”，讲述的是食物和环境给我们带来的影响，不过也有偏差。

其实还有一句——“人如其信”（You Are What You Believe），这句话指的是信念偏差带来的认知偏差。生活中有一个怪现象与其相关：明明受骗者拥有很高的学历或智商，为啥会让诈骗犯得手？为什么有些人总遇到爱情骗子？对于此种现象，

1 弗朗西斯·斯科特·基·菲茨杰拉德（Francis Scott Key Fitzgerald, 1896年—1940年），20世纪美国作家、编剧，与海明威等美国作家同时代。其代表作有《了不起的盖茨比》和《人间天堂》等。

2 马克斯·韦伯（Max Weber, 1864—1920年），德国社会学家、历史学家、政治学家、经济学家、哲学家，现代西方一位极具影响力的思想家，与卡尔·马克思和埃米尔·杜尔凯姆并称为社会学的三大奠基人。

有个很深刻的理由：因为这些自带“受骗体质”的可怜之人，其所追求的回报，只有骗子能“给”。

基于上面的概率模型，可以这么来解释。

(1) 将我们的讨论对象分为三体：易骗体、正常体和施骗体，易骗体即我们讨论的那些总是被骗的人。

(2) 事件 A_1 = 易骗体遇到施骗体，遇到并不代表会合作，不合作就不会发生受骗事件。 A_1 的概率为 $P(A_1)$ 。

(3) 事件 A_2 = 易骗体遇到正常体。其概率为 $P(A_2)$ 。

(4) 事件 B = 易骗体与各种“体”的人达成合作。其概率为 $P(B)$ 。

(5) 对易骗体而言，受骗是指在与人合作的前提下遇到了施骗体，其概率是 $P(A_1|B) = P(A_1 \cap B) / P(B)$ 。没受骗是在与人合作的前提下遇到了正常体，其概率是 $P(A_2|B) = P(A_2 \cap B) / P(B)$ 。

(6) 考虑到易骗体不切实际的需求和期望，其更容易和施骗体达成合作，从而使得 $P(A_1 \cap B)$ 会大于 $P(A_2 \cap B)$ ，而最终 $P(A_1|B)$ 会大于 $P(A_2|B)$ 。而且即使在 $P(A_1|B)$ 并不大于 $P(A_2|B)$ 的情况下，因为 $P(A_1|B) + P(A_2|B) = 100\%$ ，易骗体会有更高的概率和施骗体合作，使得 $P(A_1|B)$ 高于施骗体在人群中的自然分布。从而最终造成易骗体总在上当受骗的感觉，而这并不能推出真实世界中施骗体比正常体更多的结论。

总结下来，易骗体就像一部行走的“骗子筛选器”，因为怀揣不切实际的幻想，而筛选掉正常人，留下骗子来“满足”自己不切实际的诉求。于是，最终让自己周围充满了骗子。而这绝不是自己运气不好总遇到骗子。

还是那句话——“人如其信”，吸引力法则会让你相信的环境、事物和人物更多地出现在眼前。

本节的小结是关于租房或者买房的“躲坑秘籍”。

(1) 见多识广。如此才能发现租房或者买房过程中的坑，比如墙体是否垂直、噪声是否大、防水如何、价格水平如何等，如果不具备这样的知识，满眼可能都是房屋的优点而找不到缺点，这时可以考虑请专业的鉴房师。

(2) 合情合理。建立对房屋价格或中介费的合理预期。预期要在合理水平，毕竟价格反映质量。不要为了贪图小便宜，选择与价格不对等的住房条件或中介服务，否则，会活生生将自己磨炼成行走的“骗子筛选器”，最终只能与骗子或者黑

心中介合作。

一句话，有时候免费的才是最贵的，最舍不得花钱的人，往往花最多的冤枉钱。

第3节

就要分东西，天天都还有关系

年轻人到一二线城市打拼，没有几个人能“开局”就有自住房，大部分人都是从租房开始，甚至是从合租开始的。张惠妹曾有首歌唱道“就要分东西，明天不再有关系”¹。但与合租的室友分房租，却无法这么绝情，即使要分房租，往后还是天天都会有关系。

因此，分房租一定要实现公平、公正、公开，最好还能实现互不嫉妒的无怨，这样才能和谐相处。

两个和尚挑水喝，分工容易事不多

两人合租的问题比较简单，如果两间房各种条件完全一致，就平分房租。如果两间房条件不一致，两人可以通过竞价的方式决定归属。具体操作步骤如图 3-6 所示。

(1) 假设两人甲和乙合租一房，总价为 K ，两间房为房间 1 和房间 2，两人通过竞价来决定分配。

(2) 甲对两间房的出价分别为 K_{11} 和 K_{12} ，且 $K_{11}+K_{12}=K$ 。乙对两间房的出价分别为 K_{21} 和 K_{22} ，且 $K_{21}+K_{22}=K$ 。

(3) 如果 $K_{11}>K_{21}$ ，则 $K_{12}<K_{22}$ 。甲获得房间 1 的归属权，成交价为 $(K_{11}+K_{21})/2$ ；而乙获得房间 2 的归属权，成交价为 $(K_{12}+K_{22})/2$ 。两者成交价的总和仍为 K 。

1 出自中国台湾歌手张惠妹的《我可以抱你吗》歌词。

(4) 对甲而言，其成交价 $(K_{11}+K_{21})/2$ ，小于自己对房间 1 的出价，自认为获益为正；乙成交价 $(K_{12}+K_{22})/2$ ，高于甲对房间 2 的出价，甲认为乙的获益为负。

(5) 对乙而言，其成交价 $(K_{12}+K_{22})/2$ ，小于自己对房间 2 的出价，自认为获益为正；甲成交价 $(K_{11}+K_{21})/2$ ，高于乙对房间 1 的出价，乙认为甲的获益为负。

(6) 之前讨论分配问题的时候，提到过公平和无怨两个考核标准。这里的划分方法完全达到了这两个标准。双方均认为自己获益为正而对方获益为负，因此实现了无怨。

(7) 对于 $K_{21} > K_{11}$ 的情况，乙得房间 1 而甲得房间 2（图中正是这种情况），与上同理，不做讨论。

(8) 如果两人出价完全一致，可以再次进行出价，直到出现差异为止。

除去上述的成交价计算方法，还可以按照对两个房间的最高出价来决定成交，竞价后房租多余的部分为 $K_{11}+K_{22}-K$ ，放入两人的租房共同基金，解决水电气煤及日常社交活动的需求。从某种程度上讲，这个方案也满足了公平和无怨的标准。

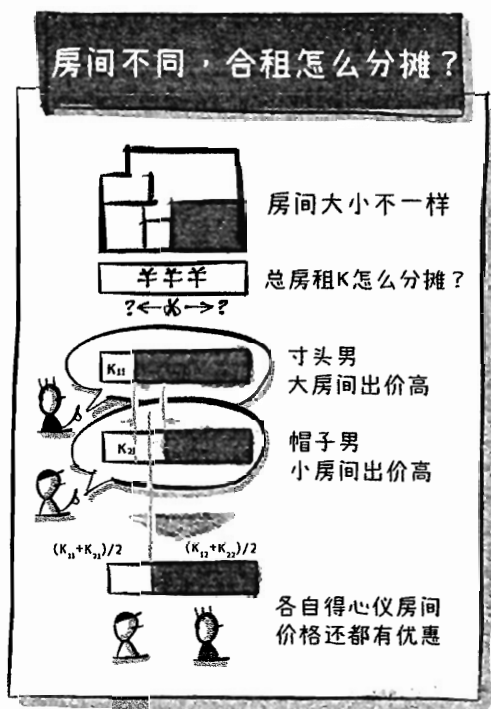


图 3-6

三个和尚没水喝，怨念太重是非多

两个人尚且能用上面的方法，而三人合租，分配租金问题的难度则直线上升。

1. Sperner 的完美方案

这个三人难题的完美解答，需要利用三角形的斯本纳引理（Sperner's Lemma for Triangles）。

这个解法的思路是用“缩小包围圈”的方法找到那个“完美分配方案”。

什么是完美的分配方案呢？在房租总和不变的情况下，三人各自的偏好刚好是不同房间，且对租金满意时，就是完美的分配方案。如果用穷举法来找这个方案就太慢了，所以，要用逐步缩小包围圈的方法：给出三个不同的方案，分别问三个人，如果他们分别挑选了不同的房间，那么完美方案存在于这三个方案之间的某个平衡点上。我们在这三个方案包围的区域中再选三个方案，如此逐步逼近完美方案。

首先，绘制出一个正三角形作为坐标系，三角形内任一点的坐标为 (a,b,c) ， a 、 b 、 c 分别代表该点到右斜边、左斜边、底边的距离。根据正三角形的性质， $a+b+c=$ 恒定值。经过归一化之后，可以使得 $a+b+c=$ 总房租，正三角形中的每一个点，代表着对三个房间房租的一种分配方案。在此定义下，三角形的三条边代表某个房间免费租的极端方案，比如右斜边表示 1 号房间免费，左斜边代表 2 号房间免费，底边代表 3 号房间免费。所以这个大三角形内部的点包含了所有可能的方案。

在大三角形中，不断画出小三角形进行迭代，每个小三角形的三个顶点都是相邻的三个不同方案，分别拿去问 A、B、C 三位不同的室友。如果他们三人刚好在各自被问到的方案中选择了不同的房间，那我们就知道完美方案就藏在这个小三角形中。用房号来标记更清晰：我们把三个室友分别选中的房间的号码 1、2、3 标在小三角形的顶点上。最后，总能找到一个三角形，其三个顶点的房间标号恰好为 1、2、3（根据斯本纳引理），这就代表着一个公平且无怨的分配方案存在于这个小三角形中。而当这个小三角形收敛到足够小，小到误差足以被三人忽略时，就会形成一个可行的方案——“Sperner 完美方案”，如图 3-7 所示。

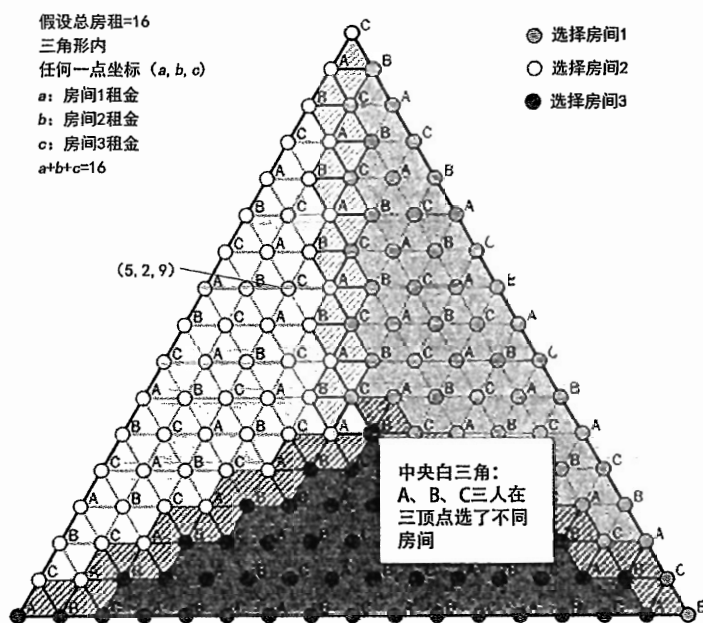


图 3-7

详细的计算方案，读者可以参考相关的资料，这里不赘述。秉承本书追求简单数学的一贯风格，我们试图探索一些更简单的方案。还是让租房者甲、乙、丙，针对三个房间 1、2 和 3 出价，且每个人对所有房间出价的总和等于总租金。

2. 常规的分配方案

接下来开始竞价和确权的过程。

(1) 如果三个房间的最高价为不同人出的，则将三个房间的初始成交价确定为各自的出价。

(2) 如果某人的出价为两个房间的最高价（不可能是三个房间的最高价），则必须在两个房间中确定一个要租的房间，房间的初始成交价为其出价。

(3) 此时剩下两个人两个房间，价高者获得相应房间。如果一个人对两个房间的出价均为最高，则由该“土豪”选择一个房间，并以其出价作为初始成交价。这时剩下最后一个房间，归最后一个人所有，初始成交价仍为其出价。

(4) 三个初始成交价的总和大于等于总租金，但以三人的出资比例划分总租金，当作最终的房间成交价。

当然也可以像上一节那样，改造第四个步骤：初始成交价直接作为最终价格，多余的钱放入三人合租的共同基金，分担水电气等各项杂费。其中第一个方案可称之为“竞价比例方案”，而第二个方案可称之为“共同富裕方案”。很显然，这两个方案简单明了很多，只是无法做到无怨。

如果室友们对公平和无怨有执念，在讨论下面的方案之前，建议参考上一节关于“人如其住”的内容，考虑一下自己居住的环境是否太恶劣，陷入了一个过度斤斤计较的深坑。如果万般确信已入坑而不能自拔，可以开始下面全新的租金分配方案。

还是让租房者甲、乙、丙针对三个房间 1、2 和 3 出价，且每个人对所有房间出价的总和等于总租金。

接下来按照新方案，开始竞价和确权的过程。

3. 全新的租金分配方案，情况一

如果三个房间的最高价为不同人所出，则将三个房间的初始成交价确定为各自的出价。三个初始成交价的总和大于总租金，多余的钱放入三人合租的共同基金。这就是上面提到的“共同富裕方案”。

该情况下，每个人的成交价都等于自己的出价，即获益为零；而其他人的成交价都高于其本人在对应房间的出价，即在其认知中他人获益为负。最终实现无怨。具体情况如图 3-8 所示。

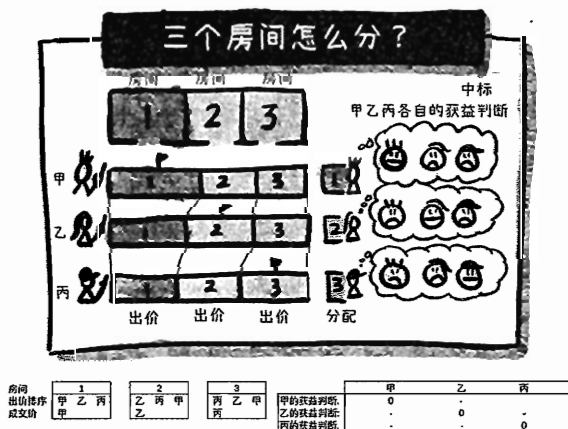


图 3-8

上面的可视化表格，可分析人人、物物以及人物之间的复杂关系，着实是“关系学”利器。用数学语言来理解，这就是矩阵。不过，这里的美妙之处是：不用任何公式和数学变换，就可以搞清楚问题。否则，人与人之间交叉的关系数量呈几何级数增长，复杂到总人数的数倍，大脑实在难以处理。

在这个案例中，要基于三个人分析 $3 \times 3 = 9$ 组的无怨关系，而且还要在三个房间中做定位。复杂度非常“烧脑”。

表格的左边。先画出三个小表格，表示房间 1、2 和 3。每个表格的第二行，从左到右按出价由高到低，列出三个人的出价高低顺序。第三行，在获得该房间的人下面进行标记，为简单起见，直接用人名（甲 / 乙 / 丙）表示其出价，而不列具体价格。

表格的右边。第二行、第三行和第四行，分别对应甲、乙和丙三人，表示他们在此次分房分租的获益判断。每一行中的判断，针对每一个人，包括自己。

确定获益情况的步骤如下。

（1）找到被评价人获得的房间，在左侧的三个表格中定位。这里以甲对乙的获益判断为例，在图 3-9 中找到乙获得的房间 2（图中第 1 步）。

（2）确认被评价人成交价与评价人出价之间的关系，即图 3-9 所示的第 2 步。甲位于第二行的第一列，为评价人，其对该房间的估价，可用函数“房间 2（甲）”来表示。乙为被评价人，其成交价为乙对房间 2 的出价，可用函数“房间 2（乙）”来表示。根据此小表格上一行的出价排序“乙丙甲”可知，“房间 2（乙）”大于“房间 2（甲）”，即在房间 2 中，乙的成交价大于甲的出价。因此，甲认为，乙在此次分房分租中获益为负。

（3）在图 3-9 的第 3 步中，将获益情况填到右侧表格的相应位置。如为负数则填写“-”，无须讨论数值，因为每个人对自己的获益判断必须大于等于零，否则违背公平的要求；如为零则填写“0”；如为正，则填写具体数值或公式。

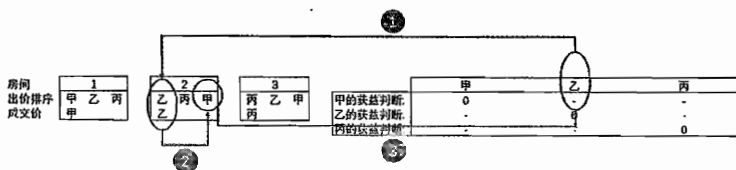


图 3-9

(4) 在每一行中, 比较自我评价的获益(对角线处的数值), 是否大于等于零且为该行的最大值, 如果三行都满足上述条件, 则说明此次分房分租方案满足公平无怨原则。

在该种情况下, 以上为此方案的详细分析。

但更需要分享的是, 如何利用表格对复杂关系和信息进行记录和分析。其实, 在 Sperner 完美方案中, 数学家也利用了类似的方法。只不过, 基本单元升级到了包含三维信息的三角形, 每个点不仅包含三个房间的分租方案, 还表明谁最青睐这个方案, 等于一个点上包含四个信息。最终, 通过不断迭代收敛到一个足够小的三角形, 寻找到一个公平无怨的方案。

4. 全新的租金分配方案, 情况二

如果某人的出价为两个房间的最高价。假设为甲对房间 1 和 2 为最高出价人, 丙对房间 3 为最高出价人, 其他情况做相似讨论。

又有如下两种情况。

(1) 房间 1 和 2 的出价顺序完全一致, 即房间 1、2 和 3 的出价排序只可能分别为甲乙丙、甲乙丙和丙乙甲。则三个房间均以乙的出价作为成交价, 丙获得房间 3, 甲在房间 1 和 2 中做选择, 而乙获得剩下的房间。三人的成交价总和恰好等于租金总额, 不需要做任何调整。该情况下, 每个人的成交价都等于乙在各个房间的出价。

i. 对乙而言, 所有人获益为零。

ii. 对丙而言, 在房间 3 上的获益 = 房间 3 (丙) - 房间 3 (乙) = 丙的心理价位 - 丙的成交价, 为正。而其他人在房间 1 和 2 上的成交价都高于丙的出价, 即获益为负。

iii. 对甲而言, 丙在房间 3 上的成交价高于甲的出价, 即获益为负。甲的判断中, 房间 1 和 2 的获益均为正, 因为甲有优先选择权, 必然会选择自认为获益更大的房间, 而把获益更小的房间留给乙。

最终甲乙丙三人都实现无怨, 具体情况如图 3-10 所示。

房间	1	2	3	甲	乙	丙
出价排序	甲 乙 丙	甲 乙 丙	丙 乙 甲	房间2(甲)-房间2(乙)	房间1(甲)-房间1(乙)	-
成交价	乙	乙	乙	0	0	0
甲的获益判断:				-	-	房间3(丙)-房间3(乙)
乙的获益判断:						
丙的获益判断:						

图 3-10

(2) 房间 1 和 2 的出价顺序不一致, 即房间 1、2 和 3 的出价排序分别为甲乙丙、甲丙乙和丙乙甲。首先, 让丙按照其对房间 3 的出价 (即该房间的最高价) 获得房间 3, 让乙按照乙对房间 1 的出价 (即该房间的次高价) 获得房间 1, 让甲按照丙对房间 2 的出价 (即该房间的次高价) 获得房间 2。

接下来做调整并讨论无怨的问题。

i. 三个成交价加在一起大于总租金, 差额为房间 1 (乙) - 房间 1 (丙)。

ii. 丙实现无怨, 自己成交的房间 3 获益为零, 认为其他人获益为零或负。

iii. 乙实现无怨, 自己成交的房间 1 获益为零, 认为其他人获益为零或负。

iv. 甲可能实现无怨, 因为甲认为: 丙的获益为负, 乙和甲自己都获益为正。但有一定的概率甲认为乙的获益大于甲自己的获益, 即甲可能无法实现无怨。

v. 多余的钱, 即差额为房间 1 (乙) - 房间 1 (丙), 放入三人合租的共同基金。

以上不是完美解法, 因为甲只有一定概率认为乙的获益超过自己, 其他均为无怨。具体情况如图 3-11 所示。

房间 出价排序 成交价	1	2	3			
	甲 乙 丙 乙	甲 丙 乙 丙	丙 乙 甲 丙	甲	乙	丙
				房间2(甲)-房间2(丙)	房间1(甲)-房间1(乙)	
				-	0	-
				0	-	0

图 3-11

考虑到不想经历“Sperner 完美方案”的麻烦, 两害相权取其轻, 以上方案简单可行。如果实在要追求完美, 可以锁定丙在三个房间的出价, 而不再竞价。同时以丙对房间 3 的出价为最高价, 而以丙对房间 1 和 2 的出价为最低价, 让甲和乙两人再次竞价, 最终会找到一个完美无怨的方案。

第4节

脑忙手快脚不乱，早起出门快似箭

从起床那一刻开始，打工人的匆忙就像打仗一样。那种赖床的感觉，充分证明了“相对论”：“早起赖床一分钟，超长工作倍轻松。”因此，起床后，收拾妥当、吃饱喝足然后利索出发，就显得尤为重要。

没有可有可无，只有高低先后

假设起床后出门前有如下事情要完成：披上职场所需的“圣斗士战衣”、刷牙、洗脸、上“长途”或“短途”厕所、烧水、泡麦片、烤面包、听广播、回复头一晚上或凌晨老板的信息、吃早饭、呼叫网约车。

同样，这道题目看似是时间问题，其实还要考虑空间。应用运筹学的思路，可根据如下原则进行规划。

1. 确定活动的依赖关系

必要时绘制 AOE（Activity On Edge，即活动边网络，被广泛应用于工程领域和商业领域，来解决运筹优化的各类问题）图。

某些活动有先后顺序，比如：需要先烧水才能泡麦片；先洗脸后刷牙还需要再擦嘴，因此浪费一点点时间。

某些活动可以同时进行，比如：听广播可以和其他任何活动同时进行，且没有前后关系；烧水和烤面包可以和大部分活动同时进行，但和吃早饭等活动有先后关系，必须按顺序进行。

2. 评估活动的重要性

有些任务可能更紧急更重要，比如，回复老板的信息可能比热面包更重要。特别是对于身在互联网大厂¹的打工人来说，工作超级“内卷”，错过昨晚或凌晨老板发来的信息本就是“罪过”。因此，需要第一时间回复，才能在老板的认知和公司的系统里留下足够努力的印象。无论是钉钉还是飞书，对回复消息的速度等都是

1 人们对互联网知名企业（如腾讯、百度、网易、今日头条等）的一种称呼，特点是有稳定的发展体系、更强的企业生存能力，是行业内的领头企业。

有统计的，更别说那催人命的“已读未回复”。要加倍小心，才能防止“年底拉清单”，否则会影响晋升和年终奖。

“长途”厕所比早饭重要，输出之后再输入，不仅有利于健康，而且此项要务绝不能长时间等待，因为只能你将就它而不能它将就你。

3. 优化时空的使用效率

确定无先后关系约束且可并行的诸多活动，尽量安排成并行的模式以节省时间。同时，还要重点考虑空间的瓶颈，及时使用或抢占。

卫生间是早晨外出的最大空间瓶颈，不仅耽误时间，而且人处于憋屈的状态，会影响后续动作的效率和姿态，长期憋屈更有可能影响生理和心理健康。所以，结合回复老板信息的重要性，早上第一件事情可以是：冲进卫生间完成“长途短途”任务，“路途”中及时回复老板消息，做一只早起吃虫子的“伦敦上空的鹰”。

对于空间的瓶颈，可以通过金钱换空间，也可以通过权利来换空间。厨房灶台是另外一个空间的瓶颈，只有两个灶，又要烧水，又要烤面包或者其他主食，再加上室友可能也有不同的早餐诉求，会让竞争进一步加剧。考虑到增加灶的困难，可以购买电烧水壶以及烤面包机，来缓解空间的局促。另外，还可以通过“共享经济”的方式准备早餐：一人负责周一三五，一人负责周二四六；甚至一人负责所有的早餐准备，但享有某些超值权利，如早高峰时段卫生间的绝对权利。

对于时间的瓶颈，可以通过金钱换时间，也可以通过更合理、更紧凑的安排来解决。早晨的快速特别行动中，呼叫网约车给出门时间带来最大的不确定性。因为网约车能否约得上以及何时能到达，完全是随机事件。当然，也会有一些金钱换时间的方案，比如：支付更高的价格在头一天晚上完成预约，或者呼叫所有车型，不过可能遭遇“网约车杀手”——滴滴豪华车等。

所以，省钱“特种兵”方案，还是要利用算法和信息差。在一些强度不大的晨起活动间歇，打开相关 App 查看天气和路况，对当天叫车难度有基本的估计。大体原则是：天气越差道路越堵，开学或会议等重大活动会导致交通变糟，这些都会加大叫车难度。因此，需要提前更多时间叫车，避免出门前无谓的等待。

可以摸着石头过河，在轻量的实践中，找到合适的打车时间提前量。互联网公司作为数字化的先锋，最倡导的思路之一就是快速迭代：用最低的成本，做小规模

的实验来不断优化方案，然后迅速铺开。

同样，早起出门打车的提前量设置，也可以借鉴这个思路。在距离出门时间还较长的时候，打开网约车 App 开始叫车，这叫“摸石头”。

如果能立即约上，证明当天叫车难度不大，可以立即取消，这样既不会被收取违约金，也不会耽误网约车司机的运营。随后，关于提前多长时间呼叫网约车，可按照正常情况进行。

如果约上的时间较长，证明当天叫车难度不小。这时候有两个方案可灵活考虑。方案一：先立即取消叫车，随后呼叫网约车时比平时要提前。方案二：不取消而让网约车过来等待，即使支付一些晚点超时费，也胜过叫不上车甚至加价叫车。

如果一直约不上，那就在网约车的接客队列里耐心等待，因为提前进入了队列，也能节省等待时间，最终实现尽早出门。

一刀流，为每天的开始打造最佳实践

基于这些原则，早晨出门可以这样安排：

（1）起床后拿起手机冲进厕所完成“长途短途”任务，占据重要的“坑位”，立即回复老板的信息。

（2）开始烧水，然后打开广播。下面的活动，都可以与这两个并行进行。

（3）烤面包。考虑到面包容易糊的特性，尽量早些开始。

（4）穿职业装及简单收拾。

（5）烧水完成后，开始泡麦片。

（6）吃早餐，同时认真听广播，以及和自己行业相关的播客。冲进办公室的第一刻，保证不是满肚子碳水而是满脑子智慧。吃早餐的同时，一心多用收集各种信息，准备呼叫网约车。不早不晚很重要，太晚了要等待，太早了要支付超时费。

（7）先刷牙后洗脸。刷牙的时候别让牙膏太“放飞”，否则已经上身的职业装会“斑斑点点”。当然，有人会辩驳说应该起床就刷牙洗脸。这里放在最后，也是为了保证饭后的口气清新。

（8）出门飞奔上车。

当然，因为每个人的生活习惯不同，上述流程接受各种反驳以及各种改编。

如果想彻底量化和优化，可以绘制出如图 3-12 所示的 AOE 图。

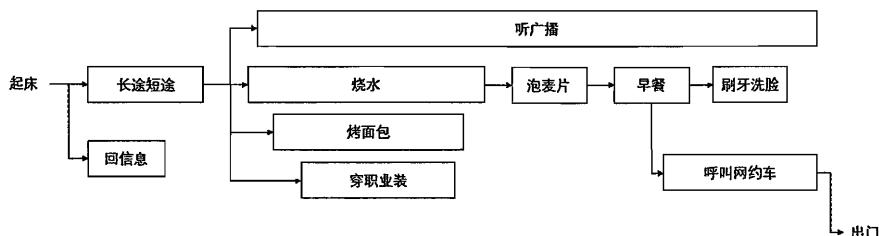


图 3-12

这里使用的 AOE 图是“乞丐版”，适合平时随手使用，比如：用方框长度来表示所需要的时间，方框左侧和右侧的位置，分别表示活动开始和结束的时间。而真正的 AOE，需要绘制出各项活动的耗时以及前后依赖关系，并通过关键路径法（Critical Path Method, CPM）来决定最佳的活动安排方案。而打工人早起出门活动不用如此复杂，在此就不赘述。

第 5 节

漫漫的长夜，数数的相声

根据中国社科院社会学研究所 2023 年 3 月发布的《中国睡眠研究报告 2023》，国民平均睡眠时长为 7.37 小时，平均起床时间为 8 点 12 分。而中康产业研究院的数据显示，中国成年失眠症患者年年攀升，在 2022 年已经达到 2.9 亿人（见图 3-13）。因此，住得好的核心点就是要睡得好，然而这并不容易。

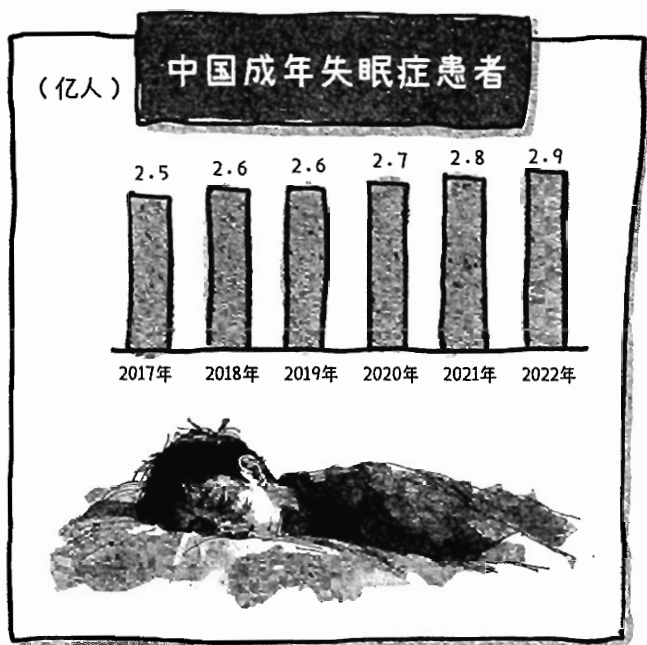


图 3-13

数羊还是数水饺

在应对失眠这个世界难题上，不同国家和不同语言文化中，都有一个来自妈妈的共同解法——数羊：一只羊两只羊三只羊……这个解法目前没有太多科学依据来证明其有效性，但是在实际应用场景中，仍有不少人宣称其管用。估计是通过数羊，把自己搞得疲惫和无聊后，自动进入睡眠模式。

1. 数羊的来源

最诡异的是，为啥全世界人民都在数羊，而不是数其他东西？有一种说法认为，数羊催眠法最早出现在 12 世纪彼得·阿方西（Petrus Alphonsi）的《文书纪律》（*Disciplina Clericalis*）寓言书第九章：有个国王每天晚上缠着他的说书人讲故事，要讲五个才能入睡。但是有一天，说书人讲完五个故事，国王还是很精神，说书人又讲了三个，国王还不困。国王说求求你了来一个长点的吧。说书人已经困得不行了，强打精神讲：一个富翁去市场买了一千只羊，回家的路上遇到了一条河，小桥一次只能过三只羊。他只好耐心赶羊过河：一只、两只、三只……数着数着，说书人竟然先睡着了。国王摇醒他，让他接着讲。说书人说，您先让羊都过了河再讲吧。于是国王开始帮富翁数过河的羊，很快国王也睡着了。

羊很常见，且无害也很无聊。想一想，如果是数老虎，会越数越害怕；如果是数钞票，则会越数越精神。羊不仅存在感强，而且人畜无害、童叟无欺，能产生熟悉感后的厌倦感，就像“左手摸右手”一样朴实无华且枯燥，成为催眠数数的首选。

当这个神技传播到欧美国家的时候，又获得新一层的 buff（魔法加成，游戏术语）。因为在英文中 sheep 和 sleep 谐音，数 sheep 的过程，会不断唤醒人们需要 sleep 的潜意识（见图 3-14），加速了整个催眠的过程。而当这个催眠秘诀传到东方后，被原汁原味地翻译成了“数羊”。



图 3-14

然而，原汁原味引入此“催眠大法”，或许不是最好的翻译。在中国，论存在感强且乏味的动物，或许该数猪、数鸡，甚至最该数鸭。因为有一首广为传唱的《数鸭子》歌谣，“门前大桥下，游过一群鸭，快来快来数一数，二四六七八”。论“谐音 buff”，要唤起睡眠潜意识，最应该数的是“水饺”，其读音和“睡觉”最接近。

所以下次失眠的时候，到底数什么，应该由语言来决定。如果用英文，最好数 sheep；如果用中文，最好数水饺；如果用日文，最好数猫（寝る意为睡觉，ねこ意为猫，而两者发音略像）……当然，这个谐音的思路大概不适用于德文，因为德文中与睡觉（Schlafen）发音相似的是蛇（Schlange），如果数蛇，会吓得越数越清醒。

2. 映射问题

数羊“催眠大法”进入中国，因为翻译不当，或许白白消耗了失眠者无数的漫漫长夜。而在数学上，这个失误其实是映射的选择问题。

映射是一个基本的数学概念，它描述了如何将一个集合（称为定义域）中的元素，关联到另一个集合（称为值域）中的元素。特别是这些集合被视为“空间”时，映射可以被理解为一种在不同空间之间建立联系的方式。具体来说，将一个空间的数，通过相同的函数映射到不同的空间中，从而得到不同的数值，通常涉及函数的性质和类型，以及不同空间的特性。

本质上，语言翻译也是一个映射问题，从 A 语言到 B 语言的映射，A 语言为原始语言，B 语言为目标语言。在这个案例中，集合是某种语言，A 语言的集合是英文，B 语言的集合是中文。A 语言集合的元素是英文单词、字母、字符以及发音。B 语言集合的元素是中文文字、字符以及发音。

3. 映射的常见场景

虽然都是从英文到中文，但映射并不唯一，各种类型的映射可匹配不同的场景。

- 字面映射：这是最基础的层面，涉及将源语言的单词或短语直接翻译为目标语言的对应词汇。这种方法强调对原文词汇和短语的直接翻译，尽量保持原文的直接意义，适用于需要高度准确性的翻译，如法律文件、技术手册等。
- 意义和风格映射：翻译不仅要传达原文的字面意义，还要尽可能保留原文的风格、语气和深层含义。这种方法不仅关注文字的直接意义，还致力于保留原文的风格、语气和深层含义，特别适用于文学作品、诗歌、广告等风格独特的文本。
- 文化和语境映射：由于在不同语言和文化背景下，相同的词汇或短语可能有不同的含义或感情色彩，翻译时还需要考虑这些文化和语境因素。这种方法着重于考虑源语言和目标语言的文化差异，努力传达原文中的文化含义和情感色彩。在翻译俚语、成语等充满文化特色的内容时尤为重要。

我们常说翻译有“信达雅”三个层次，其实就是在说不同的映射。字面映射，更偏重“信”；意义和风格映射，更偏重“达”；文化和语境映射，更偏重“雅”。虽然翻译力求“信达雅”的同时达成，但这种只是映射中的个例，更多时候，“信达雅”不可能成为“三角”，无法同时完全实现。

这些都是从英文空间到中文空间的映射，之所以需要如此多的映射，是因为人

类的语言本来就是为应用而生，不能脱离应用而独立存在。而如果“语言”是一个多维空间，那将语言与各种不同的应用场景结合，就会形成“语言 × 应用”这个维度更高的空间。

我们常说的翻译中的“信达雅”，其实是从一种语言到另一种语言的，在不同应用场景中的映射。

“信”映射到的目标空间，是目标语言的法律和技术等要求精度的空间。“达”映射到的目标空间，是目标语言的商务和政府等要求高效沟通的空间。“雅”映射到的目标空间，是目标语言的文学艺术等要求感官和感性的空间。

而“催眠大法”在“洋为中用”的过程中，还需要“羊为睡用”，如果说有优化可能的话，其实就是翻译的映射选错了空间。如果是用中文数羊来催眠，就是映射到“中文 × 信”的空间，而更有价值的翻译映射，应该是映射到语言和睡眠结合的“盗梦空间”。

用数学中映射的概念来看待翻译问题，还有很多有趣的角度和发现。从原始空间映射到目标空间，再通过反射（或反函数）从目标空间回到原始空间，往往并不等价。用人话来说，这一来一去翻译的结果，往往谬以千里，“亲妈都不认识”。

这方面有许多令人啼笑皆非的例子。十几年前，一位研究历史的中国学者，将某英文原著翻译成中文，其中 Chiang Kai-shek 被翻译成了“常凯申”，让中国人一头雾水，不知道从哪里冒出来一个陌生的“陆海空大元帅”。这虽然令人啼笑皆非，但却为互联网贡献了多年不衰的热词。

孔子是全世界最有影响力的哲学家之一，即使在欧美世界也颇具影响力。记录其经典语录的《论语》，也成了英语演讲中的金句宝库。“高端大气上档次”的演讲人经常会说，“As Confucius said...”。当听众处在 aha moment（顿悟时刻），在场的中国人往往会被旁边的人请教这句名言的深层意义。然而，即使我们“熟读论语二十篇”，也仍然难以完成如此有挑战性的来回翻译任务：不仅要翻译完全“走形”的英文为中文白话文，还要从白话文回到《论语》古文，再要搞懂其深邃的含义并翻译回英文，最后解释给周边的老外朋友。比如对于“子在川上曰，逝者如斯夫，不舍昼夜”这类名句，说不定还要搞出“杀人如麻”的英文威胁。因为，这句话本来劝诫大家珍惜生命，结果却被某些英美人士翻译成：中国的孔子曾经说过，真正厉害的人站在江边，其仇家的一具具尸体就会顺着水流漂过来。

都不如数数郭德纲的“伦理哏”

睡眠问题虽然恼人，但除了从数羊到数饺子的“羊”为中用，崇尚实用主义的中国人，还有其他更加精彩的探索。

1. 搜索的实证研究结果

根据一些循证医学¹的实证研究，睡觉时播放雨声、海浪声等白噪声能够缩短入眠时间。但是，有些人却发现，郭德纲于谦的相声比白噪声更加有趣和有效（见图 3-15）。当用户在百度搜索框中输入“郭德纲于谦”后，推荐结果中，居然有两个与催眠有关。这个搜索引擎的推荐，主要基于对广大用户群体行为的统计，所以充分反映了用户的呼声和认知。

同时，在各大音频平台，基本都将郭德纲于谦相声进行高清处理后，放在最显眼的推荐位置供失眠者使用。甚至郭德纲本人也知道这个神奇的催眠功能，在不少现场活动中和艺人调侃，声称自己有“陪睡”之功。



图 3-15

2. 常见功效

1 Evidence-based Medicine, EBM, 即遵循证据的医学，是国际临床领域近年来迅速发展起来的一种新的医学模式。核心是：任何医疗决策的确定都应基于客观的临床科学研究依据；任何临床的诊治决策必须建立在当前最好的研究证据与临床专业知识和患者的价值相结合的基础上。这是 David Sackett 教授对于循证医学的定义。

《黄帝内经》中说：“治病必求于本。”郭德纲于谦相声能助眠，针对的是大部分轻度失眠人士的病根。在睡觉前，这些人思维活动过度活跃，会经常性地思考、担忧或计划。这些都很可能导致大脑难以放松，从而难以进入睡眠状态。这种状态通常与焦虑和压力有关，当大脑持续在“高警觉”状态下，就难以进入睡眠模式。而郭德纲于谦相声的起效，就针对了上述难题，并体现在如下方面。

- 放松心情：相声的内容通常是轻松的，可以帮助人们暂时忘记压力和烦恼，从而放松心情。对于那些因为压力和焦虑而失眠的人来说，非常有帮助。
- 分散注意力：听相声可以让人们的注意力集中在相声的内容上，而不是那些让自己无法入睡的问题上。这种转移注意力的方式有助于人们入睡。
- 笑声疗法：笑声本身就有治疗效果。笑有助于释放内啡肽¹，这是一种可以帮助人们放松和感到快乐的化学物质。此外，笑还可以帮助减少压力激素，这对于提高睡眠质量是非常有帮助的。
- 习惯性听觉刺激：对于一些人来说，他们已经习惯了在睡前听郭德纲于谦的相声，这成了他们入睡前的一个习惯性刺激。当他们听到相声时，大脑就会自动进入睡眠模式。

总的来说，郭德纲于谦的相声能够帮助人们放松心情、分散注意力和释放压力，从而提高睡眠质量。但是，这并不意味着，听他们的相声就能治疗所有的失眠问题。如果失眠问题持续存在，就需要寻求专业的医疗帮助。

3. 数学与计算机行业的解释

以上为医学方面的解释，但其实从数学和计算机科学入手，也自有一套逻辑。

CPU（中央处理器）和 GPU（图形处理单元）是服务器、电脑和手机等智能设备的大脑，而睡眠问题主要与大脑的休息和恢复有关。因此，可以试着从 CPU 和 GPU 的异同及工作原理角度，来解释人类大脑的睡眠问题。

CPU 通常是基于冯·诺依曼结构设计的。这种结构由匈牙利数学家约翰·冯·诺依曼在 20 世纪 40 年代提出，它的关键特点是将程序和数据存储在同一个内存系统中。在这种架构下，CPU 执行操作的步骤通常包括取指（从内存获取指令）、译码（理解指令）、执行（执行指令）以及访问存储器（读写数据）。这种结构在现代计算机设计中非常普

¹ 一种“幸福蛋白质”，是由脑下垂体和脊椎动物的丘脑下部所分泌的氨基化合物（肽），能让人产生愉悦、镇静和放松的感觉。

遍，影响了几乎所有现代计算机的设计。

而 GPU 通常不是传统的冯·诺依曼结构。虽然它们也处理计算任务和数据，但 GPU 的设计和工作方式与 CPU 有显著差异。相比之下，GPU 是为了高度并行的数据处理而设计的。它们包含了大量小型的、高效的计算核心，这些核心可以同时处理许多计算任务，特别是在图形渲染和海量重复的数学运算方面表现出色。这种设计使得 GPU 非常适合处理那些可以分解为微小而并行的工作单元的任务，例如图形处理、科学计算、机器学习以及当今最流行的深度学习。

图 3-16 展现了 CPU 和 GPU 的区别，其中 Control 为控制器，Cache 和 DRAM 是不同容量和速度的内存，ALU 是计算单元。

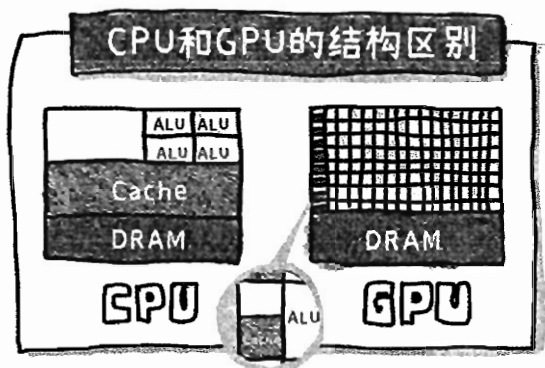


图 3-16

简单来说，CPU 主要做并行少和分支多的复杂运算，而 GPU 主要做并行多和分支少的简单运算。下面用一个简单的比喻来说明（见图 3-17）。

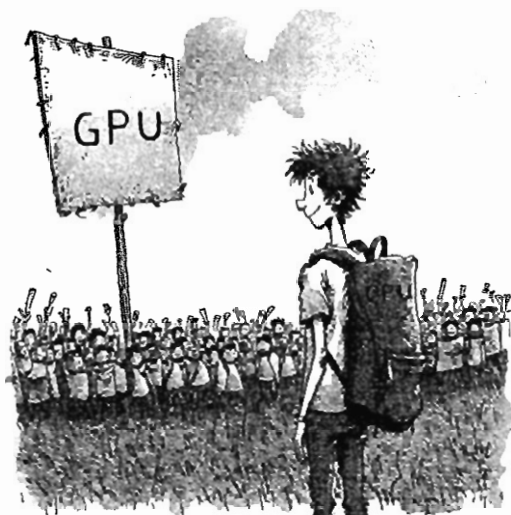


图 3-17

- CPU 是大学生，单核就是一个大学生，多核就是多个大学生，但即使是多核，数量也有限。比如目前民用消费市场上最高端的 Intel 的 Core i9 系列和 AMD 的 Ryzen 9 系列，都是 8 ~ 16 核。大学生擅长做逻辑复杂的数学题（比如高数和平面几何），以及处理环境复杂和分支多的任务（类似于如果发生 A 就去做 B，否则去做 C），最经典的情况就是围棋和掼蛋等复杂的博弈。当然简单的四则运算也没问题。但是脑袋数量有限，一次只能解决一道题目。
- GPU 是小学生团体，大部分 GPU 都有上千个 ALU，一个 ALU 可以看作一个小学生。也就是一个 GPU 至少由上千个小学生组成。高端的 GPU 会有上万个 ALU，比如现在市场上顶级的 NVIDIA H100 GPU，拥有 18 400 多个 ALU。小学生只会做简单的四则运算，但是他们这个团体可以同时进行运算。
- 大学生和小学生团体合作，组成一个团队参加定向越野比赛。这次定向越野就是在块巨大的场地上，一站站奔跑来寻找最后的目标，在每一站都需要完成一定的数学题目才能获得奔向下一站的提示。每一站的数学题目有两类：一道高难度的微积分题，一万道四则运算。在拿到提示奔向下一站的时候，路途中会有各种岔路口需要做分析、做判断、做取舍，大学生深度思考后应付起来问题不大，而对小学生来说就超纲了，同时小学生人数越多，面临这类问题的时候，就越会叽叽喳喳乱作一团。
- 如果大学生和小学生单独运作，很快遇到下面的尴尬：大学生（CPU）遇到四则运算题目的时候都会做，但要花费很长的时间来完成；小学生（GPU）遇到微积分题目的时候根本看不懂，人再多也没用，因为连符号都搞不明白，而且在每个岔路口都乱作一团而寸步难行。
- 如果小学生和大学生协作，问题就迎刃而解。遇到万道四则运算时，小学生团体立即出马；遇到微积分难题或者岔路口的分析抉择时，大学生上前献技。最终，大家一起开开心心完成任务到达终点。

明白了上面的比喻，就很容易理解：各种智能设备的大脑或者主控制单元要选择 CPU，用来处理各种复杂任务，如看短视频、点外卖、写文档、打游戏等，每一个任务还有多种分支来进一步增加难度。这些任务看似能并行但并不是用完全并行方式来完成的。一方面因为任务数量有限，可以靠多核来部分解决并行问题；另一方面因为 CPU 的速度足够快，往往是在多个任务之间来回切换和挨个执行，但速度快到让我们眼花缭乱，误以为这是并行的任务。

4. GPU、图像与 AI

而到了图形显示或者 AI 赋能的内容推荐等场景中，就必须 GPU 出马。

在图形显示中，每幅图片都由成千上万个像素组成，每个像素都要计算出简单结果用以显示。这个简单结果，很有可能是 3 个 8 位二进制数值，它们就是在本书前面提到的 RGB 色彩模型中的 R、G、B。虽然计算简单，但如果不能并行计算，图片显示就会输在时间上。类似于让人类等待几百年，看着达·芬奇一个像素一个像素地描绘出《蒙娜丽莎》。

5. 推荐系统如何让用户沉迷

在深度学习开启的 AI 时代，AI 要模拟具有千亿个甚至更大规模神经元的人类大脑。首先，训练 AI 系统，可以看成是给每个神经元赋值；其次，要使用 AI 系统基于每个神经元的赋值以及一定的算法进行推理计算，获得相应的结果。

AI 的使用场景非常多且越来越多，但大家又爱又恨的很可能是：平时刷短视频、翻看图文，会惊诧于平台竟会如此了解自己的喜好而持续提供让自己欲罢不能的各种内容，于是浪费了一个又一个小时。这种沉迷上瘾的机制，其实就是内容平台利用 AI 的推荐算法，猜测每一个用户的喜好。

基于 AI 的内容推荐原理，可简化如下。

首先，通过收集用户数据，全面了解用户，包括年龄、性别、婚姻状态、职业、居住地、兴趣等。同时，对平台上的各种内容打标签以便进行全面理解，标签包括类型、主题、受众、发布时间等类型。接着，将用户信息和内容信息的多维度数据作为输入，将各个神经元已赋值的神经网络作为函数，计算每位用户对每项内容的喜好分数。最终，选出分数最高的内容推送给用户，以激发他们的兴趣和“粘住”他们。大概的流程以及神经网络结构如图 3-18 所示（该流程图仅作为示意，不代表严格的深度学习的算法、架构和流程）。

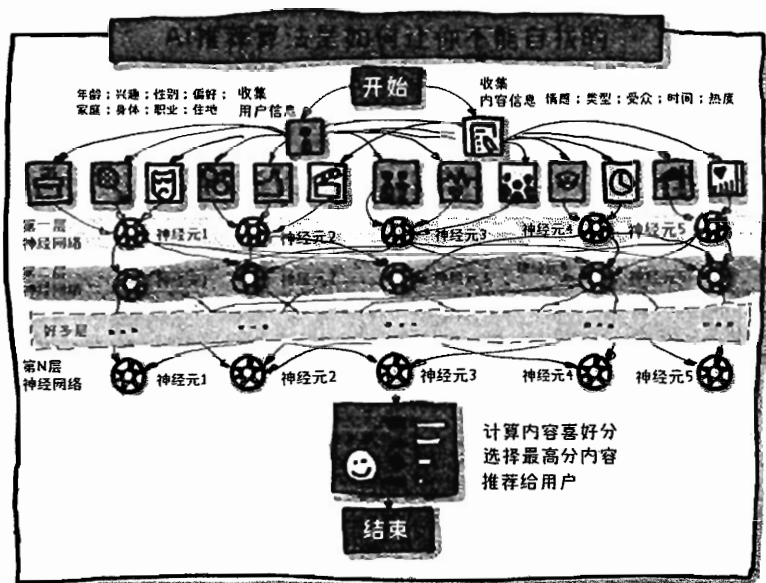


图 3-18

这里面，单个神经元的赋值以及计算虽然简单，但是因为数量过于庞大，如果不能并行计算，AI 和人类的智力都会输在时间上。也正是因为这些底层逻辑，GPU 对于正在高歌猛进的 AI 时代，对于正在“大杀四方”的大语言模型，甚至对于即将到来的 AGI(Artificial General Intelligence, 人工通用智能)时代才如此重要，其重要性甚至远远超过了之前的王者 CPU。

CPU 和 GPU 的领军企业分别为 Intel 和 NVIDIA，它们的股价走势充分反映了这个趋势。图 3-19 展示了最近 5 年（2019—2023 年）它们在股价上的差异，可谓一个地下一个天上。Intel 的股价在 5 年内增长了 6%，基本是原地踏步，甚至输给了活期存款；而 NVIDIA 的股价增长了 1354%，目前市值超过 1.2 万亿美元，是前辈 Intel 市值的 6 倍左右。



图 3-19

人脑则是结合了 CPU 和 GPU 优点的“全才”。CPU 和 GPU 在复杂任务、分支任务和并行任务上各有取舍和选择，CPU 专注于复杂的分支任务，而 GPU 专注于简单的并行任务。而人脑就像“开了挂”一样，可以并行多个复杂任务且随时做决策开分支。

举个例子，人们在听音乐、赏风景、闻花香、跑步之时，身体不仅需要维持基础代谢功能，还需要加速心跳和能量转换以支持有氧运动。脑海里可能还在规划锻炼后的餐点，思考人生哲学问题。遇到迷人异性时，还要思考如何接近和搭讪，同时在行动与否之间犹豫不决。

6. 睡眠问题之“GPU 黑洞”

睡眠问题也是如此“开挂”的人脑引起的。首先，它不能像 CPU 或 GPU 一样被断电；其次，大脑足够强大、足够自私，不能完全受人类的主观意志控制。

当人类开启睡眠任务的时候，维持生命运转和感知的任务还在正常进行，也必须正常进行。而一些复杂任务或者分支任务，随时开启并行而插入来打断睡眠，比如：思考烦心事和回味开心事，想到一些难题的解法，下床看手机或者把文件放入书包，等等。如此几轮下来，睡眠任务不断被其他并行任务打岔，而始终无法到达运行终点，这就是失眠的终极原因。

而听白噪声、数羊、数水饺和郭德纲于谦的“伦理哏”，核心都是在大脑中开启了“GPU 黑洞”，让大脑进入睡眠准备线程而不脱离。除了睡眠、维持生命运

转以及感知等少数需要大脑轻度参与的任务，还让一些无聊信息的感知和处理占据大脑的剩余资源，而无法开启新的并行任务。

而有效触发“GPU 黑洞”任务，需要达到以下几个标准。第一，信息足够熟悉，其能联想能刺激的已经发生过无数次了，不会产生新刺激，从而不会开启新的分支任务，更不会触发 CPU 和 GPU 的信息交换。第二，信息足够“无聊”，处理当前这些信息的时候，大脑不会切换到处理复杂任务的状态，即 GPU 不会变身 CPU 来处理这些信息。第三，信息足够吸引人，会形成足够深的“GPU 黑洞”，让大脑陷入这些信息中无法自拔，处于战术的勤奋和战略的懒惰中，无法去开启新的并行任务，特别是那些复杂的“烧脑”任务。

综合以上种种，郭德纲于谦相声无疑是满足所有条件的王者，所以也会在实际生活中成为不少人的首选。简单来说，这个“GPU 黑洞”要有足够大的“质量”形成足够强的吸引力，把意欲入睡者的大部分“GPU 资源”都吸附进去而无法逃脱，而在“黑洞”的尽头又不能是“虫洞”，否则会让 GPU 资源轻易穿越到另外一个世界里面开启新的“计算世界”。

按照这个逻辑，虽然各人情况不同，但都能找到适合自己的最佳内容，郭德纲于谦相声并不是唯一之选。只要能在熟悉、“无聊”和吸引人这三个维度上“拉满”，就会有更多的选择。它可能是《明朝那些事儿》，也可能是《吐槽大会》。甚至在未来的 AIGC（AI Generated Content，人工智能生成内容）时代，每个人都有机会根据自己的特点和偏好，让 AI 生成完全定制化的内容。比如完全为自己量身定制的主角名字、故事情节、对话声音、背景音乐、环境噪声等，作为解决失眠问题的终极方案。

住的总结：链式思维导图

链式思维导图（见图 3-20）总结了用货币数量衡量空间价值的问题，然后做空间转化（这里的“空间”，不是本章讨论的狭义的空间，而是广义的空间），从简单的空间到时空，因为空间的价值还要考虑时间的影响，这不仅涉及平民老百姓最关心的房产增值问题，也涉及酒店行业最常见的收益管理问题。

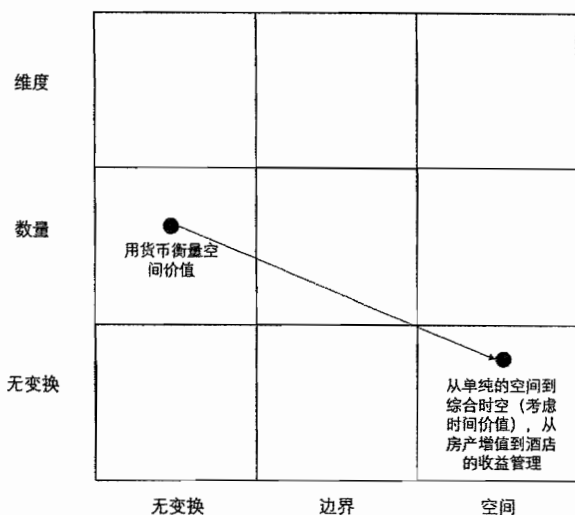


图 3-20

接下来, 如图 3-21 所示, 在数量方面, 从确定的数字到概率性的数字, 考量自己周围具有一定特征的人的数量或者比例, 从辨识方言来源的空间(周围东北人的数量)做空间转换, 到选择相信的合作空间(遇到骗子的数量)。量化自己认知和倾向的概率, 才能知己知彼少犯错误, 否则会落入自己构建的认知局限的井底, 而不得“逃生”和提升。

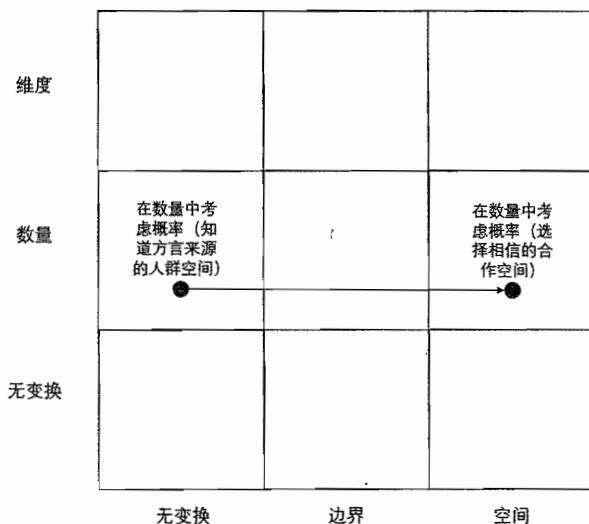


图 3-21

然后, 如图 3-22 所示, 承接第一章中的问题, 从三人分配可连续切分的物品

出发，改变边界条件，转换为三人分配离散切分的物品，再次改变边界条件，转换为三人分配完全不可分割而只能靠价格调节的物品，代表着数学解法适用范围的一步步加大。而在将各个任务进行最优排序，以保证尽早出门的问题中，将时间的问题转换到 AOE 的几何空间，问题的解法就会大大简化。

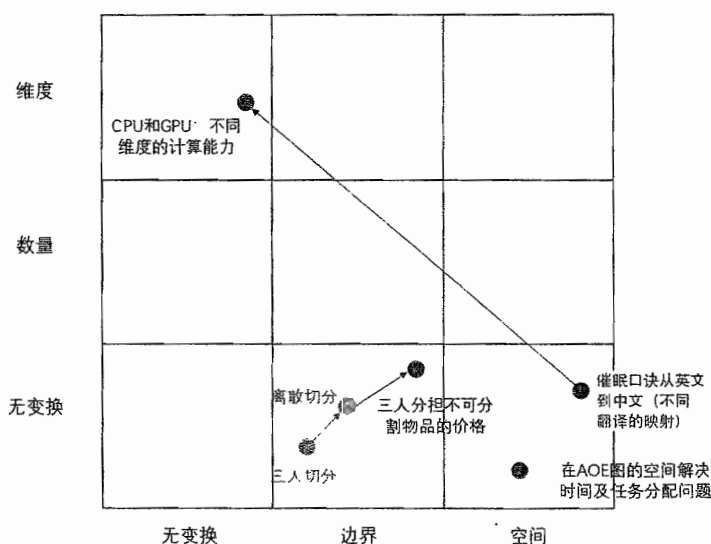


图 3-22

最后，是如何解决失眠问题。催眠口诀从西方传到中国，所需要的语言翻译是不同语言在不同应用场景中的映射，这其实也是空间转换的问题。翻译中有“信达雅”等多种类型的映射，不过，在催眠问题上，“音”超过“义”会有更好的效果，所以睡觉数羊不如数水饺。

将人的大脑与 CPU 和 GPU 做类比，然后再将 CPU 和 GPU 做比较，这里面会存在一种升维的思路。算力不是一种，可以将其划分为平行计算和分支计算两个维度的任务，而由此能找到更好的催眠方法。

第四章

行出風事行出效

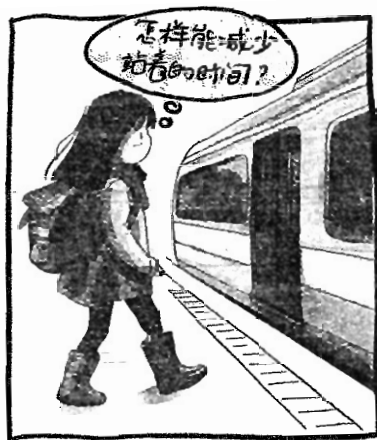
「行出風事行出效」是《增廣西遊記》中，孫悟空與豬八戒在「西天」大鬧天宮時，所說出的兩句口頭禪。此兩句口頭禪，在《增廣西遊記》中，共出現過五次。

第一次是在「西天」大鬧天宮時，孫悟空與豬八戒在「西天」大鬧天宮時，所說出的兩句口頭禪。此兩句口頭禪，在《增廣西遊記》中，共出現過五次。

第二次是在「西天」大鬧天宮時，孫悟空與豬八戒在「西天」大鬧天宮時，所說出的兩句口頭禪。此兩句口頭禪，在《增廣西遊記》中，共出現過五次。

第三次是在「西天」大鬧天宮時，孫悟空與豬八戒在「西天」大鬧天宮時，所說出的兩句口頭禪。此兩句口頭禪，在《增廣西遊記》中，共出現過五次。

第四次是在「西天」大鬧天宮時，孫悟空與豬八戒在「西天」大鬧天宮時，所說出的兩句口頭禪。此兩句口頭禪，在《增廣西遊記》中，共出現過五次。



第1节

一样的路不一样的数

随着移动互联网的普及，无论出行去哪里，风景都是手机屏。在眼睛被短视频和短剧完全占据的同时，大脑也在被快节奏和“快愉悦”所占领。而越是在追求短平快的刺激之时，我们越要注意不能让自己陷入成瘾的短暂刺激中，否则可能毁掉自己的生活。比如，我们可以在日复一日的路途中，找到不同的术和数，来转换思维、锻炼大脑。

车牌也是牌，算数也是术

能让人把目光从手机上移开看看车外并不容易，别样的风景或许有这种奇效。而变化多端的车牌匹配上一定的规则，可以做一些小游戏。

在中国大部分的城市，车牌都有3~5位0~9的整数，只要凑齐4个1~9的整数，就能开始一场24点游戏，即利用四个数字及加减乘除法来算出24。如果一个车牌中的数字不够，可以使用两个车牌中的数字。当熟练掌握3/3/8/8、3/3/7/7、1/4/5/6和1/5/5/5等几道顶级24点难题之后，如果觉得分数的加入仍然不足以“烧脑”，还可以考虑如下的升级玩法。

(1) 把0当作10考虑进去，用4个1~10的整数玩24点游戏。

(2) 玩两个车牌的24点游戏，两个车牌可能有6~10个合格的1~9的整数，任意选出四个数字来完成24点游戏。因为凑成24的概率大大增加，于是对玩家的速度也有了更高的要求。

以上的24点游戏，可以自己玩，也可以用来与车上同行的人进行比赛。

如果嫌24点游戏太“烧脑”或太学术化，还可以利用车牌玩四川麻将。所以，如果你在四川自驾等红灯时，发现邻车的大哥正在直勾勾地盯着前车的屁股，嘴唇

微动，念念有词……他八成在玩四川麻将。江湖曾传言，一亿四川人民拥有不止一亿副麻将牌。乍一听颇觉离谱，但是考虑到四川的汽车可以随时化身为麻将牌，对这个“胆大妄为”的传言就多了几分信任。

被称为“麻将之省”的四川，将麻将规则极致简化，去掉所有的字牌甚至只剩下条子或筒子一方牌。于是。玩家只需要 13 张牌加上最后的一张听牌，满足如下条件，就可以和牌：3 张牌的碰或顺组合的数量达到 4 组，同时加上两张牌的对子（见图 4-1）。后来四川人民还嫌弃这个规则复杂，甚至将 13 张牌简化到 10 张牌或 7 张牌。

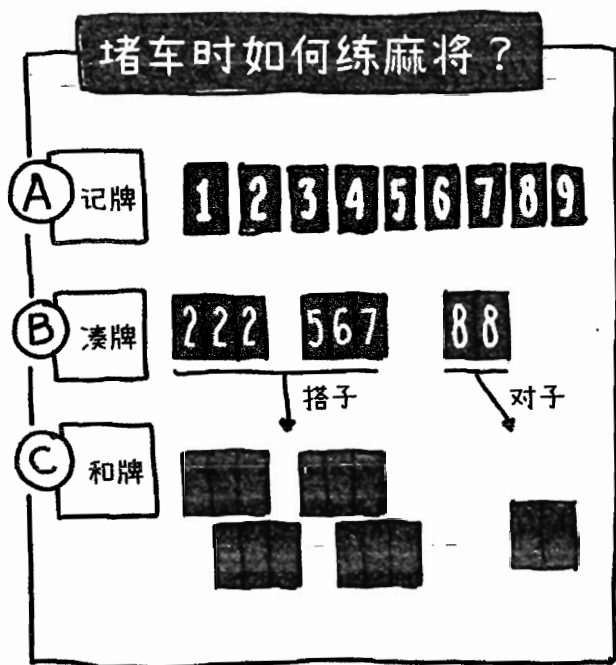


图 4-1

除了现在全自动化的麻将桌，眼前不断闪现过的车牌，也成了四川麻将最好的用武之地，它也可以全自动“洗牌发牌”。只要是看到的车牌就可以看作是进牌，初始拿“牌”（这里车牌可以等价为麻将牌）的时候可以让合格的数字（1 ~ 9）全部进来，当牌局开始的时候，可以一张张进牌也可以多张进牌，核心问题是自己的脑容量能否存下这么多数字，所以玩 7 张牌的四川麻将要简单很多。和牌之后可以开始下一轮。

这个“车牌麻将”游戏的数学难度小很多，但只适合单人玩，同时对记忆能力

有较高的要求，不过确实是一种锻炼麻将技巧的好方式。在记牌、算牌和看叫¹方面，能得到很大强度的锻炼，但也有可能是折磨。强烈建议自己开车的时候不要进行，否则太容易分神。

车牌不是牌（ π ），方圆也不是缘

有一个尚未证明但也尚未证伪的数学猜想， π （Pi，圆周率）作为一个无理数，它的无限不循环的小数部分中，可以找到任意长度的数字序列，包括6位的银行密码、8位的生日编码甚至11位的电话号码。比如，如果要在3.1415926中找1415，刚到第1位（从小数点后开始数）就找到了；如果找926，要翻到第5位；如果找6，要翻到第7位；如果要找遍0~9的所有的一位数，需要一直翻到第32位。

在暴力计算的加持下可以得到如下的测试结果。假设， $P(n)$ 为最少需要多少位（指圆周率小数部分的位数）可以在其中找到所有的 n 位数，则：

$$P(1)=32$$

$$P(2)=605$$

$$P(3)=8553$$

$$P(4)=99\ 846$$

$$P(5)=1\ 369\ 560$$

$$P(6)=14\ 118\ 307$$

$$P(7)=166\ 100\ 500$$

$$P(8)=1\ 816\ 743\ 905$$

$$P(9)=22\ 445\ 207\ 398$$

$$P(10)=241\ 641\ 121\ 039$$

$$P(11)=2\ 512\ 258\ 603\ 197$$

这些数字乍一看很大，但是圆周率身为无理数，即无限不循环小数，所以可以轻松应对。法国数学家埃米尔·博雷尔就持有类似的观点，其在20世纪初提出关于无限猴子的比喻：将无限只猴子置于无限台打字机前，等待无限长的时间，那么

1 麻将中的“看叫”，通常是指玩家在打牌过程中，查看自己是否已经听牌，即是否已经有一组即将符合和牌条件的牌面，只差一张合适的牌就可以和牌。在一些地方的麻将规则中，“看叫”也可能指玩家在打牌过程中判断对手的牌面，以便更好地制定自己的出牌策略。

猴子也能完整地写出一部《哈姆雷特》。

将需搜寻的数字序列的位数 n 放在横轴上，然后将 $P(n)$ 取对数（以 10 为底）后放在纵轴上，做成图表（见图 4-2）。很明显可以发现，这两个数值相关性极强。

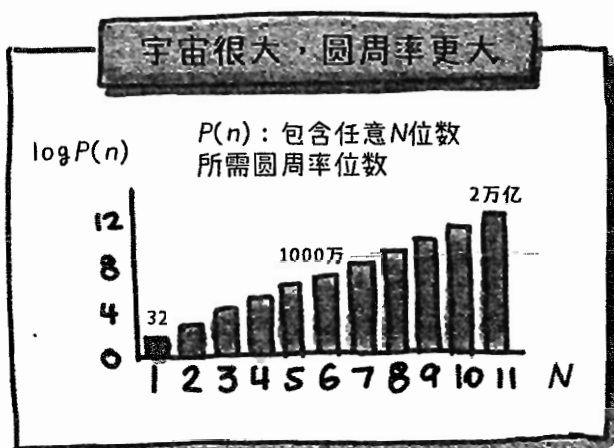


图 4-2

位数 n 越大，需要 π 的数值越精确，但这并不是按线性比例增长的，而是按几何级数增长的。膨胀系数 $K(n) = P(n) / (10^n - 10^{n-1})$ ，可以体现这个膨胀的趋势， $K(n)$ 即 $P(n)$ 与所需找到的数字的总个数的比值。简单来说，利用 π 的无限不循环小数形式来穷尽 n 位数， n 越大难度越大，需要 π 的精确数字位数也越多，呈几何级数增长趋势，如图 4-3 所示。

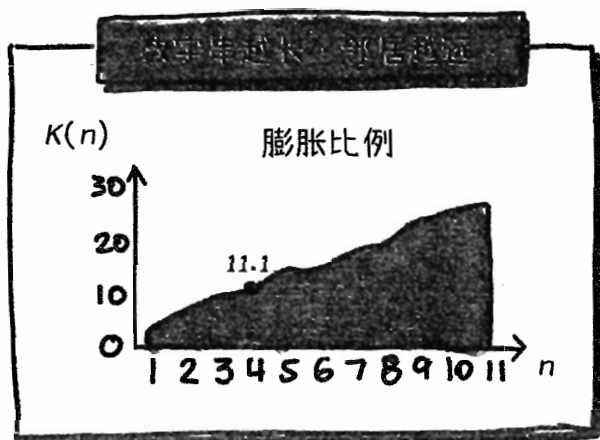


图 4-3

不过，好在如果需要找到所有的4位数，只需要让 π 精确到小数点后99 846位即可，这个数字接近10万，并不是一个很离谱的数字。

膨胀系数具有一定的实际意义，它表达的是，要找到的这些数在 π 的小数点后到这些数首次全部出现的位置之间的疏密度。以9000个4位数字来举例，其在 π 的前99 846位中就可以穷尽。因此， $K(n) = 99\,846/9000 \approx 11.1$ ，也就是说，这些4位数散布在小数点后和首次出现全部这些4位数的位置之间，其平均间隔为11.1位数。

π 的世界已经如此丰富多彩，而穿越到貌似更加纷繁复杂的街道，还会如此神奇吗？想好一个4位的“缘分数字”，比如1314（谐音“一生一世”）或者含有对自己有意义的4位数，那么至少要看多少个车牌，才可确保找到这个数字呢？

我们可能会猜：4位数，需要1万辆。因为4位数¹的数量为 10^4 ，正好为1万。

如果是这样，每天上下班只要注意60个车牌，似乎坚持不到半年，就能找到和自己有缘的车牌。但其实，往往坚持了好几年，这样的目标仍然没有完成，如同买彩票一样。

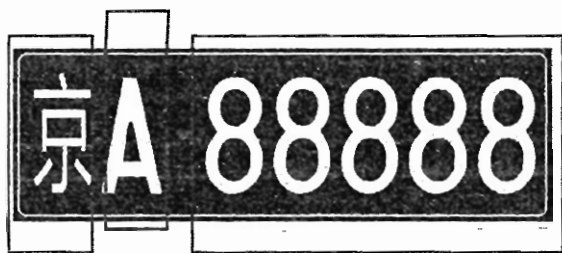
除了大家对路过的车牌不会如此上心，还一定有更底层的原因。这里会不会和在 π 里找数字一样，也需要考虑“膨胀系数”？

如图4-4所示，以北京的普通小客车车牌（为简化起见，仅讨论“蓝牌”）为例，其标准格式为“京A 88888”²。其中，前2位是省级地域简称和发牌机关代号，如北京简称为京、辽宁简称为辽，而A是发牌机关代号。第3到第7位，会出现0~9这十个数字或24个大写字母（不包含O和I，以免和数字混淆）。这5个字符中，字母出现的次数为0次、1次或2次，即5个字符中最多两个字母。因此，4位“缘分数字”只能出现在这5个字符中。

1 为了简化问题以及符合大部分人的认知，即使前几位数字为零的4位的数字串，在这里的讨论中也被认为是4位数，比如“0336”“0006”等。

2 当前国内汽车号牌采用的是“92”式机动车号牌，普通号牌号码共7位（新能源车牌号码为8位），前2位是省市简称和发牌机关代号，如北京有京A、京N等。

有意义的号段



省级地域简称 可选择或系统分配的随机数字或字母

图 4-4

但是，即使努力观察车牌并坚持足够长时间，还是难以找到有缘的持牌人，主要有两大原因。

(1) 车牌是单个观察的，没有像 π 那样连续看数字串。我们的记忆力有限，很难把上一个车牌和下一个车牌的部分数字联合起来考虑，组合成自己的“缘分数字”。即使能力可以达到，心态上也很难接受这种不完美。

(2) 5 位字符中可能会出现字母，这大大降低了出现连续 4 位数字的概率，而不连续的 4 位数字无法体现“有缘”。而且字母的出现概率甚至会超过“平均概率”，因为很多地方在分配车牌时会故意分配带字母的车牌。即使考虑最理想的情况，即每个字母和数字都按照“平均概率”出现，4 位连续数字出现的概率也仅为 8% 左右，计算过程如下。

$$5 \text{ 位数字的组合个数} = 10^5$$

$$\text{仅 4 位数字的组合个数} = 5 \times 24 \times 10^4$$

$$\text{仅 3 位数字的组合个数} = 10 \times 24^2 \times 10^3$$

所以出现连续四位数字的概率

$$= (10^5 + 2 \times 24 \times 10^4) / (10^5 + 5 \times 24 \times 10^4 + 10 \times 24^2 \times 10^3)$$

$$= 580\,000 / 7\,060\,000$$

$$= 8.2\%$$

所以，当看到任何一个车牌的时候，先不论其数字是否能达到“有缘”的要求，

其出现连续4位数字的概率就只有8.2%。于是，“乱入”的字母和分隔的车牌，很难达到 π 那样“包罗万数”的神奇效果。

在5位连续数字的情况中，如果4位“缘分数字”不是1111或者2222这种同数串，命中“缘分数字”的组合数为20个（即2个位置 $\times$ 10个数字可能性）；如果缘分数字是同数串，命中的组合数为19个（即2个位置 $\times$ 10个数字可能性-1个重复）。

在仅4位连续数字的情况中，命中4位“缘分数字”的组合数为48个（即2个位置 $\times$ 24个字母可能性）。在所有706万个组合中，只有67~68个组合（即19~20个+48个=67~68个）包含了缘分数字，概率约为0.00096%，即约为10万分之一。较之上面估计的万分之一的概率，真实情况只有不到其十分之一。因此，即使格外注意方圆数米内的汽车，努力到“万牌渐欲迷人眼”的程度，仍然很难找到“有缘车牌”车上的有缘人（见图4-5）。

π 的膨胀系数也可以运用到这里。翻找完10万多张不同的车牌，一定会找到“有缘车牌”。而基于 10^4 种4位数字的数量，之前预测需要1万张车牌。因此，膨胀系数也约等于10（即10万/1万），和 π 的膨胀系数接近。但是，两者出现膨胀的原理完全不同，毕竟终究方圆再大不是缘，而车牌再多也不是 π 。



图4-5

第2节

车不在快，有座则灵；活不在早，有劲则行

出行有乐趣，更有痛苦，特别是对于上班族来说，上下班的通勤往往痛苦。中国城市规划设计研究院发布过《2023 年度中国主要城市通勤监测报告》，其结论显示：45 个国内主要城市中，有超过 1400 万人上班需要进行单程时间超过 60 分钟的通勤，这个比例达到了 12%。这类通勤时间超长的人口比例，超大城市中达到 17%，特大城市中达到 11%，而北京更是以其“首堵”的地位，达到 28%。

这意味着，不少打工人每天要花一个小时以上在路上。打工本就不易，而在冲进办公室之前，精力就耗散掉大半。更别说下班后需要再来个“轮回”，拖着一身疲惫回到家里，然后还需要面对各种“鸡飞狗跳”，哪还有时间再学习，更别说为第二天的工作做好准备。

因此，行好才能做好精力管理，才能为好好工作打好基础。坐在车上玩 24 点游戏、打麻将或者找缘分，对于大部分人来说都是难得的奢侈和悠闲，因为很多人只能选择地铁或公交这类公共交通工具（见图 4-6）。而舒适乘坐公共交通工具的核心是找到一个座位，要么开始养精蓄锐的自我修复之路，要么开始精进迭代的自我成长之路。所以，“车不在快，有座则灵；活不在早，有劲则行”。

这里以地铁找座作为范例来讨论，其实公交车的情况可类推。



图 4-6

要“开挂”，先“开图”。图在手，座不愁

“战略上重视，战术上更重视”，是在公共交通上找座的秘诀。要将寻找座位进行“升维”，从朴实无华的小心思，到价值创造的大格局。要找到空座，在战略上要足够重视：如果是给自己享用，则能节省精力而在工作生活中创造更大价值，所谓好钢用在刀刃上；如果是让给老弱病残孕等人士，就弘扬了正能量的价值观，所谓正念提高生产力。

无论是上面的哪种情况，都涉及资源的再分配，都是战略上的大事，也都是一场寻找机会的“大战”，所以要在战术上充分重视。为了资源而上下求索和左右搜寻，要想获得先机，成败往往就在电光石火的一刹那。论把握机会的能力，还要学习那些战争史上的名将。而善战的将军都爱看地图，如开国大将粟裕¹。

据开国大将粟裕的夫人楚青回忆，上海解放后，她曾和粟裕（时任上海军管会副主任）难得地逛了一次南京路。当时他俩正走着，突然粟裕盯着一家咖啡厅说：“这里不错呀！”楚青非常意外，粟裕在她眼里可不是个讲情调的人，于是就问他为什么。结果

1 来源：《党史博览》（2022年第11期），原文名为《粟裕逛南京路》。

粟裕却说：“如果在这家咖啡厅的楼上架几挺机枪，就能守住整条街道。”

所以对善战者来说，满眼皆是作战地图，遍地是机会，遍地也都是 battle 的赛场。而反过来想，一张完美的地图对于善战者来说，也无比重要，是战术安排的核心。难怪在各种游戏中，“开图”基本等于“开挂”，所以这一部分的主旨就是：要“开挂”，先“开图”。

对这场即将进行的找座大战，先把作战地图描绘出来，才能把握天时地利人和的各种机会，如图 4-7 所示。

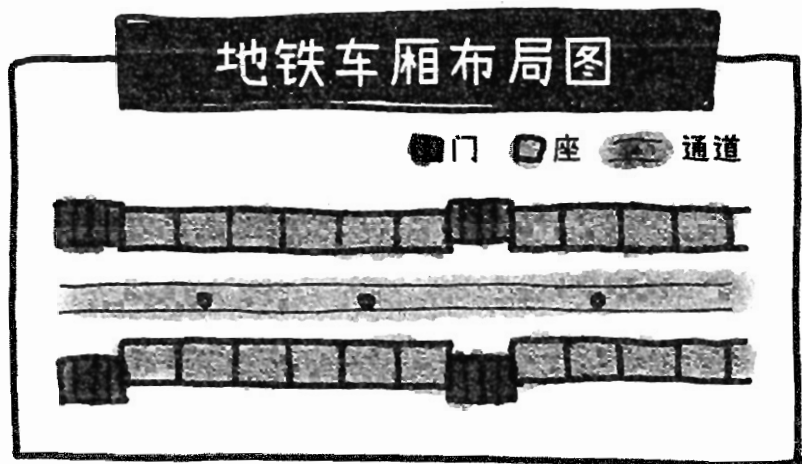


图 4-7

结硬寨，打呆仗

首先，要根据关键因素及形势，确定自己的作战步骤，所谓君子审时度势。这个关键因素及形势就是：等位人如何站位才能“占位”，能占住多少个座位的“第一上位机会”。这不仅类似于各种体育比赛的卡位，卡住位置就能自然完成“上位”而获得座位，而且更像战争中的对垒，要选合适的位置安营扎寨，所谓“结硬寨，打呆仗”，站好位置，静待花开。

各种卡位点以及可以获得的座位数量见图 4-8。最佳的卡位战术是：目前在位的人离开后，等待机会的人能迅速上去完成“补位”。所以站门旁边和站通道里，是很难有机会占到座位的。

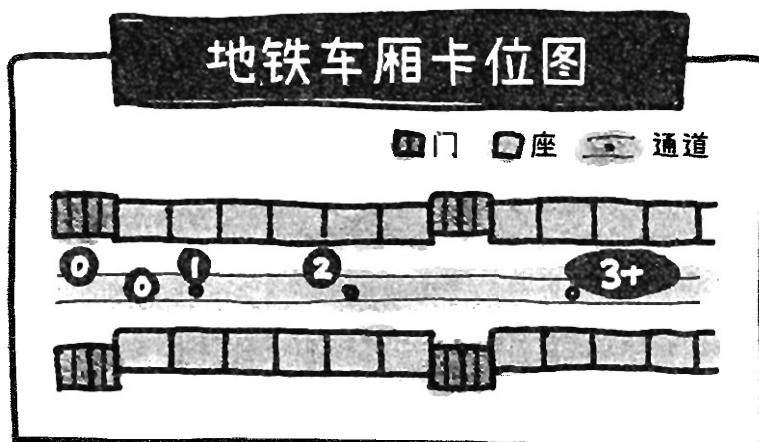


图 4-8

因此，应该尽可能多地卡住能“候补”的座位。每多卡一个，接下来等到座位的概率就大幅提升。比如：有位之人下一站下车而腾出座位的概率均为 $P(A)=40\%$ ，且每个人腾出座位是独立事件。那么卡住一个座位，下一站成功“补位”的概率为 40%；卡住两个座位，下一站成功“补位”的概率为 64%。

成功“补位”的概率

$=1 - \text{卡位两人都不下车的概率}$

$$=1 - (1 - P(A))^2 = 1 - (1 - 40\%)^2 = 64\%$$

那么卡住 3 个座位，下一站成功“补位”的概率为 78.4%。

成功“补位”的概率

$$=1 - (1 - P(A))^3$$

$$=1 - (1 - 40\%)^3 = 78.4\%$$

但是能卡住的座位个数，不仅和自己的身体素质有关，而且和当时的“赛场”局面有关，要根据实际情况灵活调整，切勿“纸上谈兵”而僵化照搬战术战法。如北京著名的“码农专列”13 号线¹，已经快把人从三维降到二维了，卡住两个座位根本不可能，所以还是专一卡住一个座位为上策，“十鸟在林，不如一鸟在手”。

¹ 北京地铁 13 号线有几个车站在西二旗周边，有大量来自百度、腾讯、网易、新浪、联想等互联网企业的乘车人员乘坐，被戏称为码农专列。

同时还要根据每个人的个体差异，审视此时此刻的形势，最终确定所能卡位的座位数，制定不同的卡位策略，并在下一个环节进行逐步优化，如图 4-9 所示。

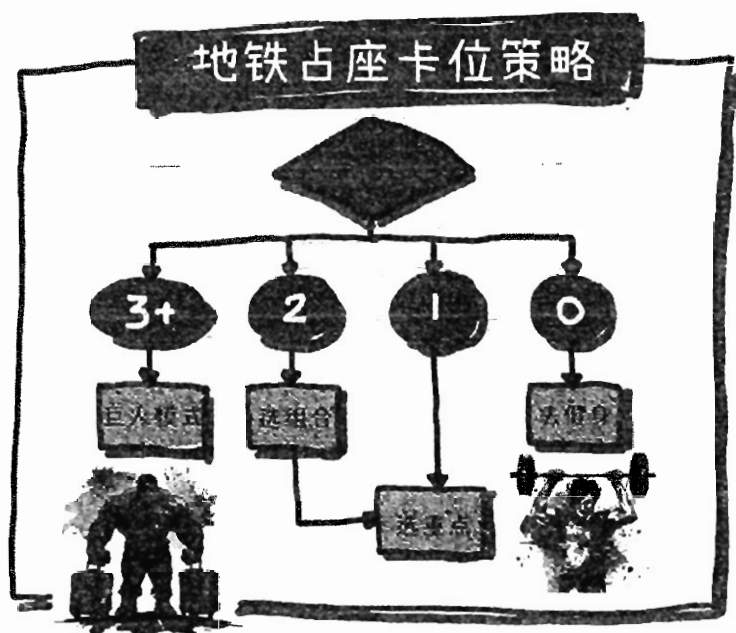


图 4-9

- 如果仅凭体型就卡住 3 个及以上的座位，那么该乘客进入了“绿巨人模式”，足够的胸宽就能获得多个卡位。要把胸练得宽，更应该把胸怀练得宽广，绿巨人也是能力越大责任越大，这时候座位更应该让给更需要的人。当然除了长得壮点，还可以带“外挂”，比如出门远行时必备的大箱子。
- 如果能卡住 2 个座位，那么先选定卡位组合，然后再确定重点人物来优化组合。组合其实比个体重要，因为对个体的判断要难于对组合的判断，同时组合更能发挥出概率的优势，这会是下一节的讨论重点。
- 如果只能卡住 1 个座位，就直接通过选择重点人物来确定自己的站位。
- 如果 1 个座位都卡不住，咱们就不要谈卡位了，请直接进入健身房锻炼手眼配合。

精益求精，层层推进

作战图和流程图了然于胸之后，接下来是落地实施，需要在每一个环节做到最优。

1. 对齐相关度，打好组合拳

图 4-10 所示是确定站位的实战案例，图中人物的表情越开心，表明尽快找到座位的概率越高，因为站位不同，下一站“上位率”也迥然不同。



图 4-10

案例 1 和案例 2 这两种站位分别在门边和一个座位的正对面，都只能卡住一个座位，“上位”成功的概率自然不高。

案例 3 和案例 5 这两种站位都卡住了两个位置，但是要重点考虑是否能打好“组合拳”，即重点考虑目标组合中两人下一站腾位的相关系数，并简单计算相关系数和“上位率”之间的关系。参考之前的例子，坐着的人下一站下车的概率均为 40%。

- 如果两个人下一站下车的相关系数为 1，那么等位人下一站“上位”成功的概率为 40%。这就是案例 3 的情况，因为两个“在位者”为情侣，要么同时下车，要么同时不下车。虽然多卡住了一个位置，但被组合中两人完全一致的节奏所浪费。
- 如果两个人下一站下车的相关系数为 -1，那么等位人下一站“上位”成功的概率为 100%。因为如果其中一人不下车，而另外一人必然下车，反之也成立。所以，等位人

必定会在下一站得到座位。这就很逼近案例 5 的情况，抠脚大叔不下车白领丽人也会站起来离开座位，但很可惜，反之不成立。

这个理论，其实就是股票投资中的投资组合管理（portfolio management）¹，东边不亮西边亮，使所有卡位提供的“上位”机会最大化，风险尽量对冲，降低波动性和提升正收益。

简单总结一下：在选择卡位的 2 人组合方面，应尽量选择毫无关系的两个人，而避免关系“瓷实”的两个人，否则会浪费机会。后者的常见情况有情侣、父子、母子、闺蜜、球友等。进一步思考，还可以选择关系不好甚至相斥的 2 人组合，即选择两个人下一站腾位的相关系数为负的组合，可能的案例有：抠脚大叔和白领丽人，因为抠脚大叔的味道会熏走爱干净的白领丽人；“熊孩子”和陌生人，因为“熊孩子”会让陌生人烦得想赶快远离。当然也要考虑到自身对抠脚大叔和“熊孩子”的“免疫”程度。

因此，核心原则是选择相关系数越小的组合越好，即越接近 -1 越好，而越接近 1 越差。

2. 顺势而为

就像鸟飞得高远往往是因为会利用气流，现在这个时代，也有“风口上的猪都会飞”²一说。所以，选择卡位的时候也要注意利用客流，在座位区域中间的左右分流处，往往有左右逢源的奇效，不和下车腾位人的路线冲突。

最差的结果是，上前一步占位的路线正好与腾位人下车的路线冲突，这就属于“顶风作案”。比如在案例 4 中，两个“在位人”下车腾位时，会挡住等位人直接“上位”的路线。而如果这时候，旁边有一个找座非常疯狂的人，或许会利用这么一点时间差，占据垂涎已久的“宝座”，抢先“上位”成功。这种情况的发生，也会降低找座的成功概率。

3. 站好位，跟对人

如果能够尽快锁定腾位下车可能性大的对象来重点盯防，应该毫不犹豫地站在

1 指投资管理人按照资产选择理论与投资组合理论对资产进行多元化管理，以实现分散风险、提高效率的投资目的。

2 出自小米创始人雷军在公开场合说过的一句话：站在台风口，猪都能飞上天。又被称为风口论。

目标附近，并结合组合理论来打好“组合拳”以完成卡位。核心思想是练就神探夏洛克的本事，根据行为特征找到最有可能腾位下车的对象，比如从穿着、行李、行为等方面进行判断。

避开下车概率低的人。这部分人有：专心看书的，化妆的，玩掌上游戏机的，等等。特别要避开沉睡者等“赖床”人群，其不仅即将下车腾位的概率很低，而且容易坐过站。

锁定下车概率高的人。需重点关注的人有：关闭视频或游戏的，收手机、掌上游戏机或耳机线的，目光紧盯站牌或张望窗外站台的，整理旅行包的，收拾书包的，等等。根据这些模式，可以很容易找到立即下车腾位的“高潜”人群，比如行至学校要关注（疑似）学生、行至车站要关注（疑似）旅客、行至医院要关注（疑似）患者、行至景点要关注（疑似）游客，等等。

各种找座的小心机如图 4-11 所示。



图 4-11

第 3 节

财富自由靠股权，交通自由靠期权

一个创业成功的亿万富翁 A 某，曾经在朋友面前吹嘘：自己实现了比财富自由更高级的自由——社交自由，任何饭局想去就去、想走就走。

然而，面对红灯、面对拥堵、面对飞机延误，都不是想走就能走的。连交通自由都没有，哪里还有什么社交自由？这位富翁，长在创业的黄金年代，早期加入某独角兽企业而获得巨额期权，从而实现了财富自由。他并没有认清：不是 A 某的时代，而是时代的 A 某。

而且这也不是打开交通自由的正确方式，因为要想实现交通自由，不能靠财务期权，而要靠另类的“期权”。

若为自由故，红绿皆可“跑”

除了坐车，11 路“人形公交”¹的奔波也已经升级成为 City Walk²式的闲庭信步。然而在这个过程中，最烦心的就是等待红灯，特别是在那些超级十字路口，驻足等待两三分钟并不罕见。

不过其中也有取巧的算法，就是：要想获得红绿灯自由，就要拥有在每个街角选择的“期权”。

1. 区区小事，区区不同

以图 4-12 为例，A 某面对出行的不自由，要从最左下角街区的西南角位置，

1 即步行，因两条腿像两个 1 而得名。

2 起源于英国伦敦的“London Walks”（伦敦漫步），翻译成中文便是“城市漫步”，指在城市里或漫步或探寻一些有特色的景观路线，也指在讲述员的带领下，按照规划好的路线行进，深度体验该城市的历史、人文、景观等，是一种随意和无目的的旅游方式。

走到最右上角街区的东北角位置，需要往东（或往右）跨过 M 个街区而往北（或往上）跨过 N 个街区，总共需要跨过 $M+N$ 次道路，即 $M+N$ 个红绿灯。

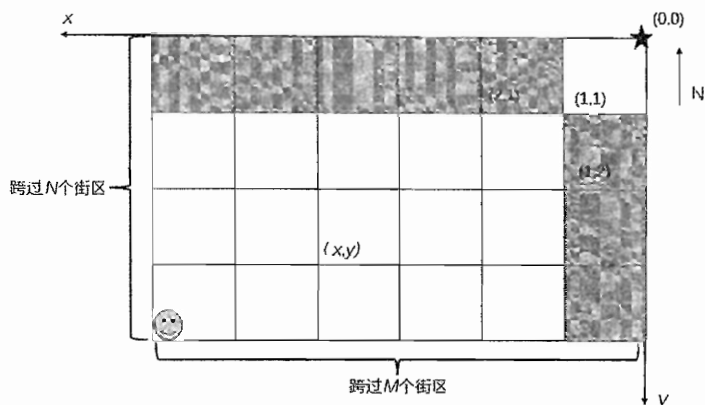


图 4-12

以终点所在的街区（以下简称为“终点街区”）为原点 $(0,0)$ ，以水平方向为 x 轴，以竖直方向为 y 轴，建立起笛卡儿坐标系。而从起点到终点，向东需要跨越的街区数为 x ，向北需要跨越的街区数为 y 。

假设 A 某为遵纪守法的好公民，跨越街区只能在十字路口过马路。而在每个十字路口沿前进方向遇到红灯的概率为 50%，且每个红灯需要等待的时间均为 t ，那么整段路程下来，浪费在等待红灯上的总时间为： $50\% \times (M+N) \times t$ 。

但是，即使在不绕路的条件下，A 某也不会在每个红灯前傻等。如图 4-12 所示，当位于图中白色区域的街区时，A 某可以选择往北或者往东，进入下一个街区，而完全不用等待红绿灯。

具体的操作方式如图 4-13 所示。一个街区存在四个街区角落（以下简称为“街角”），分别位于西北处、东北处、东南处和西南处。在西北处的街角（即所在十字路口的东南口），如果南北向为绿灯，可向北进入北侧的街区。在东南处的街角（即所在十字路口的西北口），如果东西向为绿灯，可向东进入东侧的街区。在东北处的街角（即所在十字路口的西南口），存在东西向和南北向两个“互斥”的交通灯，因此总会有一个绿灯，可供 A 某作为前进方向而进入下一个街区。于是，这类街区被称为“期权街区”（Option Block），A 某总会有选择权进入下一个街区而不用等待红绿灯。

但是，当 A 某来到图 4-12 中蓝色的街区，即位于最北侧或者最东侧边缘的街区（以下简称为“边缘街区”）时，则只有唯一选择：前者只能向东进入东侧的街

区，或者后者只能向北进入北侧的街区。于是，这类街区即“弃权街区”（De-Option Block），会存在一定的等待红灯的概率。

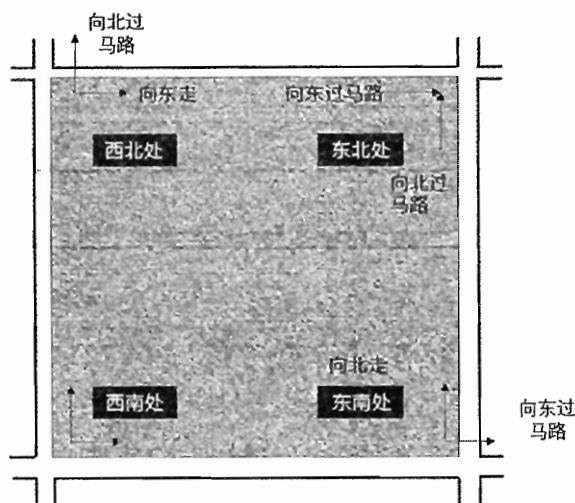


图 4-13

为了简化问题，继续使用第一章提到的常用数学方式——降维，从街角降维到街区。因为跨越街区只能通过位于街区西北处、东北处和东南处的三个街角，但万变不离其宗，核心都是从街区到街区。因此，A 某从起点到终点，欲求出其等待红绿灯的时间，就需先知道途中所经历的弃权街区数的期望值，然后可得到等待红灯时间的期望值。

2. 推算过程

所经过的弃权街区的数量存在一个取值范围。最小值为 1，因为要进入终点街区，只能通过位于其西侧或者南侧的街区，而两者均位于最北侧或最东侧边缘，即为弃权街区，所以路途中至少会遭遇 1 个弃权街区。最大值为 $\text{Max}(x, y)$ ，因为在最极端的情况下，A 某一路向北或者向东走到边缘，然后一条直线走到终点街区，过程中要经历 x 或者 y 个弃权街区。

如图 4-14 所示，从终点街区开始，逐步向左侧和下侧的各个街区，推算从每个街区出发到达终点街区所需要经历的弃权街区数的期望值（简称弃权街区期望

值)。整个推导过程,类似于杨辉三角¹从上往下的推算。

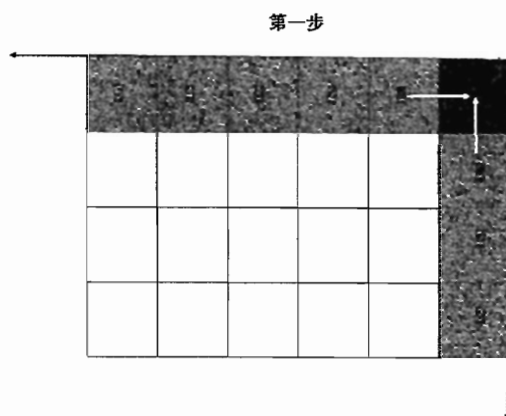


图 4-14

第一步,在图 4-14 中,从右上角与终点街区相邻的两个街区开始,它们的弃权街区期望值为 1。很明显,从边缘街区到达终点街区,所需经历弃权街区的数量都是确定值,正好为其 x 值或 y 值,在图中用蓝色标出。

第二步,在图 4-15 中,箭头开始的街区为所求街区。其有 50% 的概率移动到箭头所指的街区,而这两个街区的弃权街区期望值均为 1,因此所求街区的对应值(弃权街区期望值)为 $50\% \times 1 + 50\% \times 1 = 1$ 。

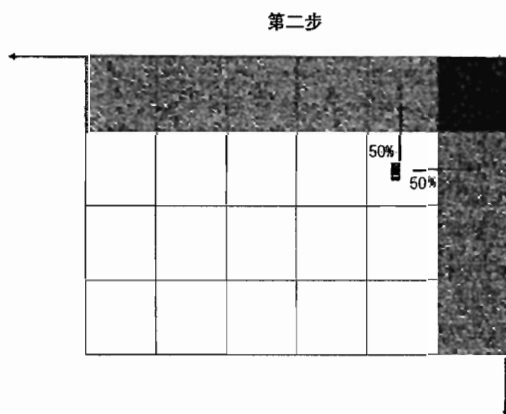


图 4-15

¹ 就是把二项式系数按三角形排列,见于南宋数学家杨辉 1261 年所著的《详解九章算法》一书。它是中国古代数学的杰出研究成果之一,它把二项式系数图形化,使组合数内在的一些代数性质直观地从图形中体现出来,是一种离散型的数与形的结合。在欧洲,帕斯卡于 1654 年发现这一规律,所以这个三角形又叫帕斯卡三角形。

第三步，如图 4-16 所示，进行类似第二步的操作，所求街区的对应值（弃权街区期望值） $=50\% \times 2 + 50\% \times 1 = 1.5$ 。

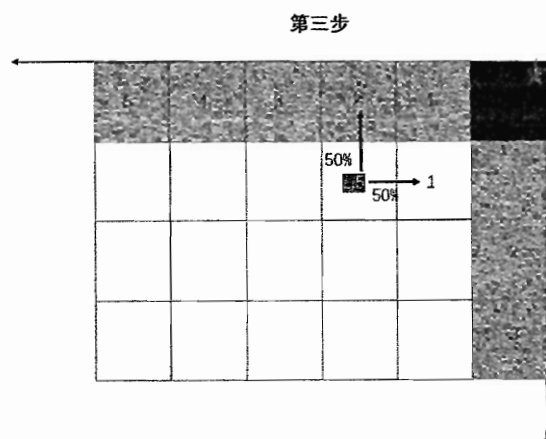


图 4-16

第四步，如图 4-17 所示，进行类似第二步的操作，所求街区的对应值（弃权街区期望值） $=50\% \times 3 + 50\% \times 1.5 = 2.25$ 。

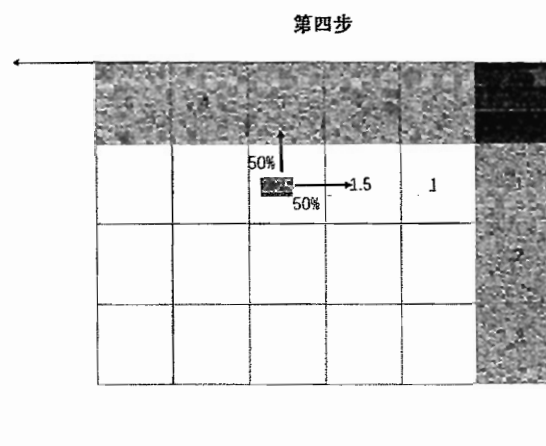


图 4-17

接下来的所有步骤如图 4-18 所示，重复上述操作。任何一个期权街区都有移动到北侧和东侧街区的选择权，且两者概率均为 50%。可以实现从东到西和从北到南的逐步推导，箭头始发街区的弃权街区期望值，正好等于两个箭头所指街区的弃权街区期望值的均值。最终，完成所有街区的推导。

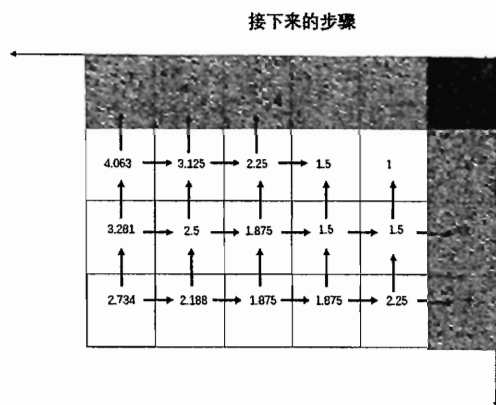


图 4-18

针对 8×8 的要走 14 (即 $8+8-2$) 个街区的 City Walk, 最后可得到图 4-19 所示的期望值表, 其中每个表格中的数字表示从该街区出发达到终点街区, 遭遇弃权街区数的期望值。

7	6	5	4	3	2	1	0	
7.000	6.000	5.000	4.000	3.000	2.000	1.000	0.000	0
6.016	5.031	4.063	3.125	2.250	1.500	1.000	1.000	1
5.086	4.156	3.281	2.500	1.875	1.500	1.500	2.000	2
4.266	3.445	2.734	2.188	1.875	1.875	2.250	3.000	3
3.609	2.953	2.461	2.188	2.188	2.500	3.125	4.000	4
3.158	2.707	2.461	2.461	2.734	3.281	4.063	5.000	5
2.933	2.933	2.707	2.953	3.445	4.156	5.031	6.000	6
2.500	2.933	3.158	3.609	4.266	5.086	6.016	7.000	7

图 4-19

很容易发现其中的如下规律。

(1) 位于图中对角线上的街区用蓝色表示, 以下简称为“对角线街区”。以对角线为对称轴, 对称分布的两个街区弃权街区期望值相等。

(2) $x+y$ 相等的街区, 到达终点街区所需要跨越的街区数量一致, 在图 4-19 中, 同一细黑色折线上方的路口皆为 $x+y$ 相等的街区。在这些街区中, 对角线街区的弃权街区期望值最低。而且以对角线街区为中心点, 黑色折线上的街区呈对称分布, 两边“高”中间“低”。同时, 与对角线街区的距离越远, 其弃权街区期望值越大, 也表明从其出发到达终点街区, 需要等待红灯的预期时间越长。

(3) 根据上面的规律, 当距离终点街区的街区数相同之时, 应该尽量朝对角线街区的位置移动, 从而降低要经历的弃权街区期望值, 最终降低红灯等待时间的期望值。因此, 在 City Walk 这件区区小事之上, 通过挖掘各个街区的“区区”不同, 也能搞出一些优化策略来。

对照期权街区等高线图（见图 4-20）来观察和验证，结论会更加清晰和明显。

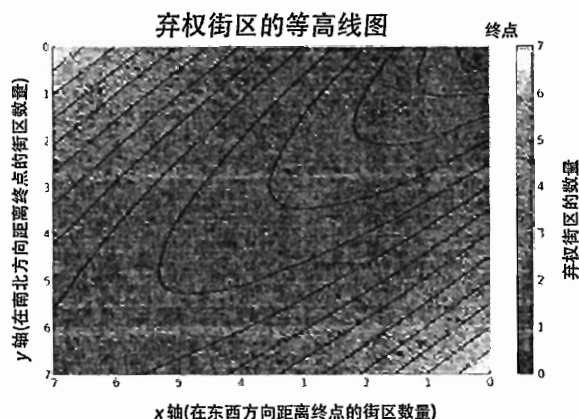


图 4-20

但是，在街区的维度或者街区的颗粒度上来优化，A 某从起点到终点，中间没有太多可优化的空间。因为，在到达最北侧或者最东侧边缘之前，跨越街区之时，总可以有绿灯的方向供选择且不绕路，实现了“若为自由故，红绿（灯）皆可‘跑’”。而走到边缘之后，只能一路往东或者往北前进，遇到红灯则只有等待。

在上述情况下，整个过程中，A 某完全做随波逐流的转向、跨越和行走，似乎是“我路由天不由我”，而等待红灯数量的期望值为图 4-19 中每个路口中数字的 50%。以完成一个 8×8 的街区行程为例，需要等待的红灯期望值为 $2.933 \times 50\% = 1.466$ 个，最大值为 7 个，最小值为 0 个。

然而，将维度提升到十字路口街角来考虑问题的时候，优化的操作空间就开始浮现（见图 4-21）。



图 4-21

闲者贤者斗者，切换着来

从更小的颗粒度来观察，每个街区有四个街角，于是可以升维：从一个街区的单维优化策略，升维到一个街区四个街角的四维优化。

这些街角分别位于街区的西南处、西北处、东北处和东南处，如图 4-22 所示。当 A 某处于或者接近这些街角的时候，分别有决策点来优化路线。

决策一：当 A 某位于东南处街角时，如果恰逢东西向的绿灯，可选择向东行走跨越马路或者在该街区内向北继续行走。

决策二：当 A 某位于西南处街角时，没有红绿灯的问题，可选择在该街区内向东或者向北行走。

决策三：当 A 某位于西北处街角时，如果恰逢南北向的绿灯，可选择向北行走跨越马路或者在该街区内向东继续行走。

决策四：当 A 某非常接近东北处街角时，处于可快走几步就能赶上红绿灯变换的范围内，于是可选择加快速度赶上当前方向的绿灯，或者“信马由缰”等待绿灯换方向。所选择绿灯的方向，即决定下一步的行走方向向东或者向北。

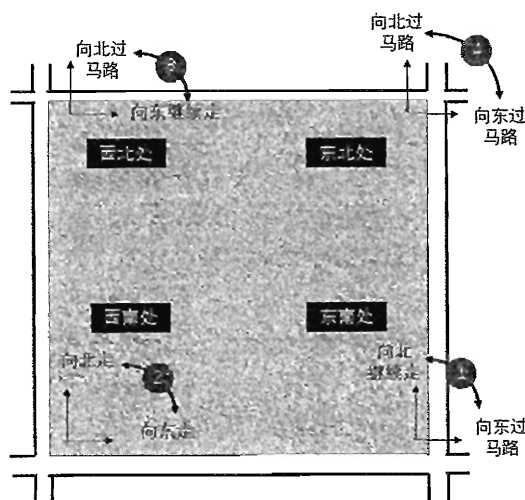


图 4-22

究其本质，这四种决策，都是在向东或者向北的方向上，做“To Be or Not To Be”的“区区”抉择。假设在这两个可选择的方向 D_1 和 D_2 中(D_1 =向东, D_2 =向北)，选择之后走完下一步，A 某所处街区的弃权街区期望值分别为 E_1 和 E_2 。这里的一步，

是指从当前街角行走到下一个街角。

如果 $E_1 < E_2$ ，则 D_1 为最优方向，而 D_2 为最差方向。当 $E_1 = E_2$ 之时， D_1 和 D_2 被称为无差方向。

值得注意的是，选择 D_1 或 D_2 之后，A 某有可能直接进入一个新街区，也有可能留在当前街区。如果选择 D_1 和 D_2 均留在当前街区，则需要往下再推演一步，求出下一步的 E_1 和 E_2 再比较大小，才能确定最优、最差或无差方向。

通过研究图 4-19 的表格可以发现，当处在对角线街区时，任何方向的选择均为无差方向。而处在非对角线街区时，指向对角线街区的方向，为最优方向，偏离对角线街区的方向，为最差方向。

在图 4-23 所示的例子中，当 A 某位于图中的街区之时，在四个街角都有优化的机会：向东均为最优方向，在图中用实线箭头标出；而向北均为最差方向，在图中用虚线箭头标出。

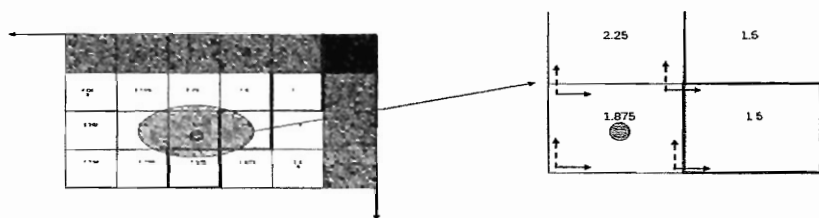


图 4-23

因此，在每一个非边缘街区下一步可能进入两个街区，用下一个街区的弃权街区期望值为指标，比较最优方向和最差方向的差值，并标记在图 4-24 中。很显然，根据上面提到的对称原理，对角线街区的该值均为零。

	7	6	5	4	3	2	1	0	
0									0
1	1.969	1.938	1.875	1.750	1.500	1.000			1
2	1.859	1.750	1.563	1.250	0.750		1.000		2
3	1.641	1.422	1.094	0.625		0.750	1.500		3
4	1.313	0.984	0.547		0.625	1.250	1.750		4
5	0.902	0.492		0.547	1.094	1.563	1.875		5
6	0.451		0.492	0.984	1.422	1.750	1.938		6
7		0.451	0.902	1.313	1.641	1.859	1.969		7

图 4-24

综上所述，A 某的最优策略，可以分 3 种时刻讨论，具体情况如下：

- 闲者时刻。当位于对角线街区时，在向东或向北之间随波逐流，任意选方向行走。

- 贤者时刻。当位于非对角线街区的西南、西北和东南处街角时，坚定选择最优方向，即使最差方向上出现绿灯，也要坚决抗拒跨越马路的冲动。请注意：路边的野花不要采，采了要挨宰；路边的绿灯不要睬，接着红灯慢下来。
- 斗者时刻。当位于非对角线街区且非常接近其东北处街角时，提前计算出最优方向。如果最优方向为绿灯，快走几步赶上绿灯并冲过马路；如果最优方向为红灯，把握好节奏和气息而不用着急，闲庭信步走过去，正好赶上切换到绿灯而顺势过马路。

如果按照上面的优化策略执行下来，最好的结果就是沿着对角线街区，蛇形来回折线运动，在距离终点街区只有一个街区的时候，达到最北侧或者最东侧的边缘街区。因此，只需要经过一个弃权街区就达到终点，需要等红灯的路口数要么为1、要么为0，而这纯粹取决于A某最后一把的手气。

在图4-25中，将A某在最佳路线上所经历的街区，用蓝色折线相连，则形成“蓝色最佳线”。这条蓝色最佳线从起点到终点连接了 K 个对角线街区，而每个相邻对角线街区都有两条可能的路径相连，所以蓝色最佳线具有 2^{K-1} 种不同的可能性。

7.000	6.000	5.000	4.000	3.000	2.000	1.000	0.000
6.016	5.031	4.063	3.125	2.250	1.500	1.000	1.000
5.086	4.156	3.281	2.500	1.875	1.500	1.500	2.000
4.266	3.445	2.734	2.188	1.875	1.875	2.250	3.000
3.609	2.953	2.461	2.188	2.188	2.500	3.125	4.000
3.158	2.707	2.461	2.461	2.734	3.281	4.063	5.000
2.833	2.461	2.707	2.953	3.445	4.156	5.031	6.000
2.534	2.933	3.158	3.609	4.266	5.086	6.016	7.000

图4-25

其实，最佳路线的策略对人生也有启迪。首先，盯住目标，咬定青山不放松，可以偶尔有偏离，但不要太远也不要太久，及时回归主航道。其次，劳逸结合，闲者时刻、贤者时刻和斗者时刻轮着来，不要始终处于一种状态而不能自拔，人生路也是路，不断有起伏，要学会与之共存之道。最后，理解期权或者选择权的价值，永远有 Plan B，不要过早进入绝路。

多行期权必早到，少谋策略恐误行

除了有时候需要快走几步，上面的期权街区提供的期权价值貌似没有成本，这种好事也只能发生在本就免费的 City Walk 中。而如果换成需要付费的各种出行，要想获得期权就没有这么容易，而往往需要支付实打实的财务成本。

一美国富翁曾经被问，为啥你如此有钱却不选择头等舱，富翁回答道，“头等

舱不会让我先到目的地”，借此来表达自己的实用主义、勤俭习惯和奋斗精神。这句鸡汤味浓度百分之百的名言，广泛流传并被安到比尔·盖茨和巴菲特等多个富翁身上。

无论这位富翁是不是有意作秀，他都应该知道多花钱确实可以节省时间和提升效率。当思考坐飞机如何早到的问题的时候，可以试着把名言“不要将鸡蛋放在同一个篮子里”套入这个场景。多花钱买更好或者更多的舱位，类似于买更好或者更多的鸡蛋，提着它们去厨房烹饪，这并不能更早吃到完好无损的鸡蛋。要想达到这个目的，应该花钱多买几个装鸡蛋的篮子，每个篮子里都放上一些鸡蛋，这样才能尽早吃上无损鸡蛋。在坐飞机的场景中，篮子就是航班。

作为中国 GDP¹ 最高的两个城市，京沪两地间的航空交通极其繁忙，甚至两地之间开通了京沪快线航班来加速流转。即便如此，惜时如金的高端人士，仍然会在京沪之间的通勤上浪费不少时间，比如：提前到达机场的无聊等待、航班延误的焦躁不安等。因此，在高端人士聚集的投资圈里，流行这样一句话：“无误机，无斗志，无战绩”。以此表明：没有误过机的投资人太过闲散，因离开会议太早而把时间浪费在机场，最终容易一事无成。于是高端人士对坐飞机的要求就变成了不可能三角：不早到、不晚到和（航班）不延误。除了买私人飞机，这三个要求是不能靠买头等舱来同时实现的。

然而，我们可以利用期权的思维来节省时间。对于京沪这种航班密集的航线，可以在一到两个小时左右的时间段内同时预订 2 ~ 3 趟航班。到机场后，选择最合适的航班立即出行，其余航班尽早退掉。特别是在航班延误密集的季节，到底哪趟航班能早走属于随机事件，手里握有可选择的多趟航班的“期权”就弥足珍贵，于是就更有机会登上最早出发的航班。而在出发前赶紧退掉其余的机票，可以将损失降到最低。因此，多买几张机票而退票发生的费用，就是这个“期权”的价格。

比如某航空公司发布的退票规则：购票后 2 小时内或距航班起飞 48 小时（不含）以上的，免费退票；航班起飞前 48 小时（含）至 4 小时（不含）的，仅收取 5% 的手续费；对于起飞 4 小时（含）以内的航班，根据不同的座舱等级会收取 10%~30% 的手续费；而对于各类不同舱位的打折机票，会在上面的基础上收取更多的手续费。总之，只要在起飞前及时退票，多一张机票这个“期权”的最高价格 = 退票的最高费用 = 经济舱全价 × 30% < 头等舱的溢价 = 经济舱全价 × 50%。选

¹ 国内生产总值（Gross Domestic Product，简称 GDP），国家统计局数据显示，京沪两地连续多年排在前两位。

择 30% 作为标准，因为这是最不理想的情况下，全价票退票费的最大值。

因此，乘坐头等舱虽然不能早到，却仍然需要多支付 50% 的溢价；而买一张机票作为“期权”，最多只需要支付 30% 的溢价，却很可能早发早到。特别是考虑到打折机票的存在，说不定还可以多买 1 ~ 2 张“期权”，将期权的价值发挥到极致。

当然，有人会抱怨这种做法太过自私而抢占了公共资源。其实，抱怨的人站在了第一层，采用这个策略的人站在了第二层，航空公司站在了第三层。航空公司早就预料到退票的各种情况，而聘请数学家们从事收益管理的计算，他们和第 3 章中从事酒店收益管理的数学家们师出同门。因此，将退票费算得明明白白并把游戏规则公布出来，所需支付的退票费其实就是“期权”的价格。同时，从经济学的外部性¹出发，这样的优化策略在大多数情况下，并不产生类似于公共危机那样的负外部性，即不损害他人利益。因为，在大多数情况下，航班都不会满员，为了期权多买一张机票，并不会让真正需要机票的人没有航班可选择。而且即使有负外部性，支付的退票费用也是对公共利益的一种补偿。

如果大家真的在算法方面“躺平”在第一层，但在道德方面高居在第三层，那么面对多买机票的做法，会因为获得利己的“期权”但损害了他人的利益而无法释怀。有一个血淋淋的现实，会让大家缓解这种“负罪感”。

航空公司的数学家们，在规划机票的销量和价格模型的时候，也是在和概率玩游戏，考虑到每趟航班都有乘客误机的概率：基于误机乘客数量的期望值，会为航班分配一定超卖²（超额售卖）的机票数量。因为如果一人一座，就会因为有人误机造成空座而损害航空公司的收入。而当登机乘客超过座位数的低概率事件真正发生的时候，航空公司会通过赠送折扣券或者现金赔偿的方式，来解决一座多人的冲突。

1 经济学的外部性又称为外部成本、外部效应或溢出效应，是指在社会经济活动中，一个经济主体（国家、企业或个人）的行为直接影响另一个经济主体，却没有给予相应支付或相应补偿。其中，正外部性是某个经济主体的活动使另一个主体受益，而受益者无须花费代价。负外部性是某个经济主体的活动使另一个主体受损，而造成外部不经济的主体却没有为此付出成本。与正外部性相比，负外部性存在着供给过剩的现象。

2 是指商家为了提高利润，在约定的时间内出售商品或服务时，超出合同约定的数量（即数量超卖）或价格（即定价超卖）。

第4节

出门欲行千里路，维度需上一层楼

居住在闹市，比如各种“宇宙中心”，或者工作在商务区，比如各个城市的CBD¹，无论是上班还是回家，早晚打车出行都是一场极度消耗耐心和体力的战役。

这场战役又可细分为三场战斗：首先是早晚高峰期的“抢车战斗”，呼叫网约车极具挑战性；接下来是“杀进杀出重围”的战斗，网约车穿越重重阻碍，到达堵成一锅粥的接客点，然后接上乘客并驶离“泥潭”；最后是战役胜利前的最后一战，网约车为了到达目的地的“最后一公里”而努力。

除此之外，出门在外办事，如果是在拥堵区域呼叫网约车，最郁闷的场景往往是：看见前来接驾的网约车在对面车道却不得上，颇有“三过家门而不入”的无奈。那是因为网约车需要掉头过来才能载客，而两边道路的拥堵造成了巨大的时间浪费和心理消耗。

图4-26所示就是这样的经典情况，居住在“宇宙中心”，孩子上下学确实方便，可早晨出门的挑战就难度拉满。因为上学的早高峰，一个学校至少会造成两个路口四个方向的“360°拥堵”。而该住处就位于三所小学的中心位置，能外出的所有通道，都被小学及其造成的拥堵路段包围得水泄不通。

如果思考仅仅局限在开车还是打车、打专车还是快车，或者是如何选择东南西北四个出口方向，就都没法逃出拥堵造成的囹圄。所谓囹圄就是监狱，就像一个把人关住的盒子，要跳出这个堵车的盒子，或许英语谚语 Think out of box（跳出盒子思考，又译打破常规）能够很好地解决这个问题，Move out of box（跑出囹圄脱逃）需要 Think out of box。

1 Central Business District, 中央商务区。

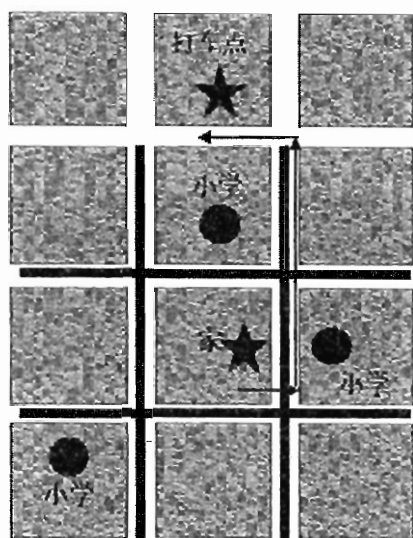


图 4-26

因为上面所有的思考都没有脱离汽车这个单一的维度，于是只考虑坐车来逃出这锅“毒咒”一般的“堵粥”，确实几乎是不可能完成的任务。但是，如果增加一个或者多个维度，问题就会迎刃而解。比如引入行走或者共享单车，利用这些运动方式来衔接网约车，避免网约车在“第一公里”或者“最后一公里”的拥堵，形成“走路 / 骑单车 + 打车 + 走路 / 骑单车”的三维的解决路径，整个路程就会大幅优化，三段路程在前进速度和体验上都会提升，综合在一起的优化效果还可能加倍体现。

另外，还可大幅优化的场景就是外出打车而深陷拥堵区域之际。每次打车前，“三思四查而后行”，不要盲目比拼手速来呼叫网约车，而要找到一个靠行走或者骑车可方便到达的地点来避免拥堵，作为呼叫网约车的上车点。将路径从简单依赖单维度的打车，升维到“行走 / 骑单车 + 打车 + 行走 / 骑单车”的多维度全局优化，从而存在较大的优化空间去压缩耗时。

图 4-27 所示就是如此的典型案例，乘车人所在一侧的车流堵成“赤红”（电子地图上一般用红色表示拥堵），于是约车和等车所需要耗费的时间都完全不可控。而对面侧的车流却相对通畅，所以更优化的方案还是升维思考和行动：在查询路况和车流走向之后，将马路对面的合适位置作为网约车的上车点，然后慢慢穿越道路到另一侧的上车点，等待网约车的“接驾”。

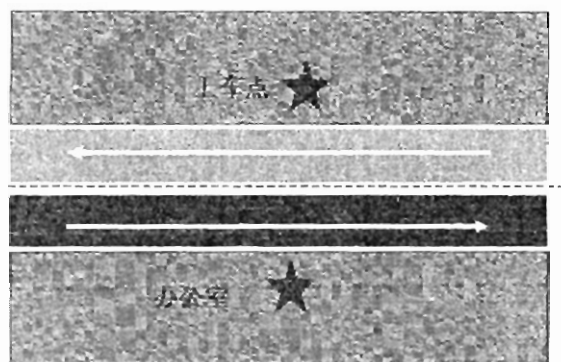


图4-27

这种升维的方法，对少一个或若干个维度的思考和行动而言，就是“降维打击”。生物界也有类似的例子，图4-28所示的蚂蚁在一段崎岖的山路上爬行，一维路线弯山绕水，浪费无数脚力。而对于具有多维思考和行动能力的动物来说，可以直接飞行或者跨越到目的地，直击“痛处”，直达目的。呼应上面的场景，这只蚂蚁就像只会打车的那个执着的你我，而能飞的生物则是掌握了走路或者骑单车技能的那个灵活的你我。

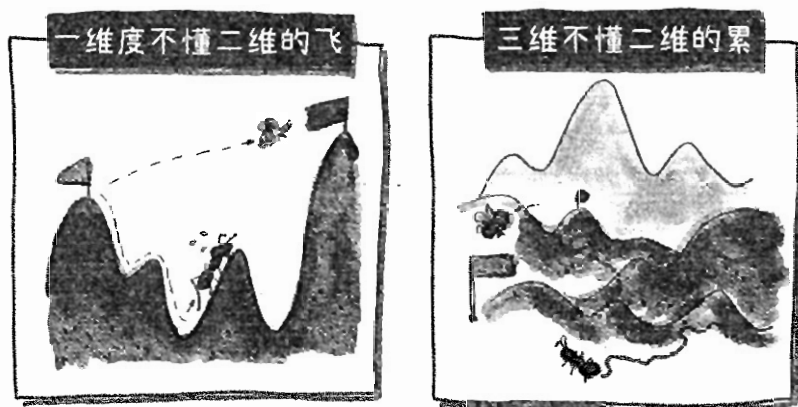


图4-28

升一个维度看世界，往往会有站在更高层看众生的透视感和超然感，“出门欲行千里路，维度需上一层楼”。

交通工具的升维，是最自然的选择。除了以上提到的各种地面选择，还有三维的飞机以及eVTOL(electric Vertical Take-off and Landing, 电动垂直起降飞行器)。eVTOL 最近几年在创业投资圈和科技界很火爆，它是三维化的交通工具，而且摆

脱了起降场地的限制，进一步升维，让人类在自由移动方面的想象力彻底放飞。这看似魔幻，但其实未来已来。2024年3月，盛世龙eVTOL已经完成从深圳蛇口邮轮母港到珠海九洲港码头的首次演示飞行，将3小时的车程缩短到20分钟，预计其将在2026年开始商业化飞行，票价预估为200~300元。

同时，这种升维也体现在交通设施的建设上，公路是二维的，而立交桥、地铁、隧道以及地下通道都是升维思考和行动的产物。

而即使我们人类不移动不运动，躺在沙发上“煲剧”，升维思考和行动也能发生作用。我（树明）曾经和几个小伙伴一起迷恋《名侦探柯南》，每一集都是全神贯注观看并分析凶手，然而并不能每次都“火眼金睛”或者“脑洞大开”，让凶手“法网难逃”。而其中有个小伙伴总是开着小差看剧，却能每次“命中”凶手，问其分析逻辑而不得。直到很久以后，他才酒后吐真言。他兼职做过配音工作，能够听出配音演员的质量和水平，在每次新出现的角色中，配音最好的那个就是凶手，而制作公司愿意在这个最重要的新角色上花费最多的钱。

凭借《隐秘的角落》的爆红，爱奇艺奠定了其在悬疑剧领域的领导者地位，并顺势推出迷雾剧场这个子品牌，利用其上线各类悬疑剧。在2023年上线的《尘封十三载》中，警方花了十三年时间，用尽各种传统及现代手段，仍然无法找到连环杀人案的凶手。观众也随着剧中的警察一起迷糊而不断猜错凶手。但如果上升一个维度思考，真相在前几集中就能浮现。剧中最“大咖”的演员是喻恩泰，其因出演《武林外传》中的吕秀才而出道，并以演技和高学历闻名。他在剧中戏份不多但却时不时“非关键性”出面。从这个角度，将杀手锁定在其身上最为合理，而真相也恰恰如此。

所以，升维无处不在，除了出行，还有感官。

行的总结：链式思维导图

链式思维导图（见图4-29）总结了数学如何应用在“行”的各类问题中。首先，通过量化车牌以及车牌上各个数字的组合关系，为枯燥的路途带来乐趣。接下来通过引入概率，将确定的座位升级成为有概率的座位组合，提升寻找座位的成功率。而且通过用空间变换建立作战地图的方式，可在几何空间中提升找座的成功率。

接下来给概率定价而引入期权的概念——选择权具有财务价值，这一概念不仅

涉及数量的变换也涉及空间的变换，能够减少对红灯以及延误航班的等待时间。在优化 City Walk 中减少等待红灯数量问题的时候，从街角到街区和从街区到街角，降维和升维的交替使用，在简化问题中优化问题的解决方案。

最后，从单一交通工具到多个交通工具的升维，进一步带来出行效率的提升，而这也正是人类在这个星球上不断推动文明进步的方式，不局限于地表，还要冲向天空、潜入海洋和钻进地下，甚至有可能冲出这个星球去月球和火星。正如 SpaceX 的创始人埃隆·马斯克所说，“人类的未来只有两个结局：要么变成多行星文明，要么继续局限在一个行星上，静待灭绝事件的发生。”

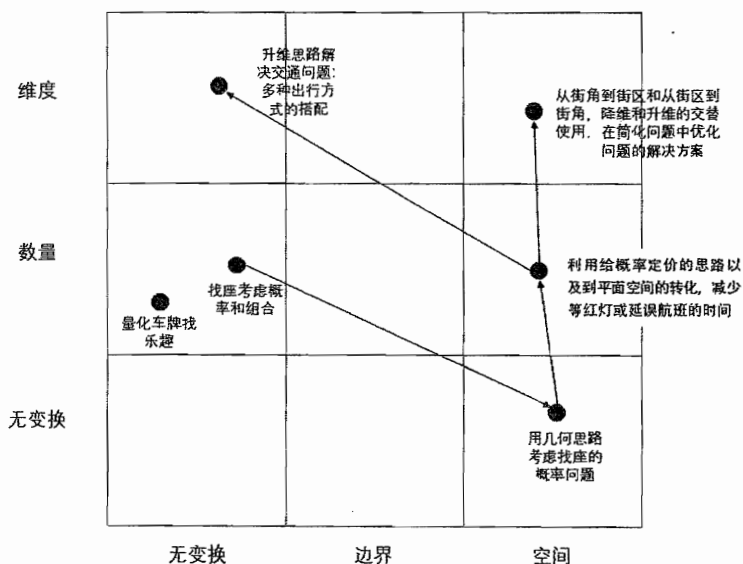


图 4-29

第5章

干出能量干出能力



有个著名的职场“隆中对”。

问：老板为啥总能精力饱满，从早干到晚，而身为基层的员工却总感觉疲惫不堪和力不从心，时不时想“躺平”甚至想“摆烂”工作？

答：老板上下班车接车送，独立办公室可以随时躺下休息，精力节省下来全部放在工作上。打工人士下班路上挤地铁通勤，上班干活挤格子间和别人摩肩擦背，早中晚饭奔波排队，“隐形”的精力消耗下来投入到实际工作中的就很“骨感”。

但是身为打工人，物质条件不够，精神世界来凑。精力管理也可以算计。



第1节

努力始于有体力

前面关于“行”的章节中，提到了乘坐公交地铁上下班如何养精蓄锐的问题。基于此打工人坐了一路而养精蓄锐来到公司。但即使这样，“战斗”还没有结束，这只是一天打工生活的开始，甚至只是开始的开始。生在人口大国，出门办事，无论私事公事，各种排队自然是免不了的：食堂吃饭排队、银行存取款排队、电梯上下楼排队等（见图 5-1）。在我们还需要自己动手的情况下，学好数学用好算法是提升效率的最好办法。



图 5-1

工作会站队，轻松得富贵

日常排队的时候，往往遇到两大困惑：别人为何更快，以及本人如何更快。甚

至这两大困惑基本放之四海而皆存在，不仅适用于生活排队，也适用于职场“排队”，不同的项目、公司乃至行业中，都存在大大小小的“队列”。职场人士在嫉妒别人的队列更快的时候，也为如何让自己的队列更快而迷惘。

别人的队列为何更快的第一大困惑，道理其实很简单。假设队列总数为 n ($n \geq 2$)，而某队列为最快队列的概率平均为 $1/n$ 。存在一个“别人的队列”比自己队列更快的概率就等于 $(n-1)/n$ 。可见， n 越大， $(n-1)/n$ 越大，并且等待的人就越多，就越能烘托焦虑的心情，这也会加剧错失恐惧症 (Fear of Missing Out, FOMO) 带来的焦虑。这双重的焦虑心情，甚至会导致产生错觉或误判，总认为自己错过了正确的选择，因此产生的“创伤指数”就越高，记忆也就越深刻。回到职场，这个分析同样适用。在越“内卷”的行业或公司中，更容易找到比自己“飞升”更快的同事，而让自己焦虑不已。

第一大困惑属于心理问题，而第二大困惑是本人如何更快，则更属于数学问题。

假设每个人都是足够聪明而自私的人，那么每一个即将加入“排队大赛”的新人，都有能力和动力去选择当前排队时间最短的队列，同时，已身处队列中的每个人，也都有能力和动力离开现在的队列选择一个排队时间更短的队列，哪怕是排在新队列的队尾。

在这种高效的排队人员流动的情况下，最后就会形成每个队列的末尾人员排队时间完全一致的情况。这背后的逻辑是市场有效性 (Market Efficiency)¹。因为聪明而自私的个体会做足够理性的决定，将任何一个可以占便宜或者套利的机会“填平”。在这里，占便宜或者套利，可以理解为找到一个更优的队列并立即加入排到队尾。

出门会排队，办事不受罪

市场再有效，也不能时时刻刻处处有效，总有失灵的时间和空间，最终形成排队最快的队列。于是选择最快队列的核心，就是找到那些容易出现市场失效 (Market Inefficiency)² 的地方。市场失效，往往来自天时地利人和三个方面。于是，我们的口号就是：“市场”开始失效，我们立即换道。

1 指在市场上，商品买卖之间的相互行为形成某一特定商品价格，这一价格能够全面反映有关商品的所有公开信息，尤其在出现任何有关的新信息后，上述价格应该能够立即随之做出变动。

2 指在市场经济体系中，由于各种因素的作用，市场机制无法有效地配置资源和发挥应有的作用。

1. 地利

先从地利入手，寻找“市场”容易失效的地方。这里存在一个基本假设：一般人选择队列的时候，只是目测队列尾部所在的位置，而不是测算队列的长度或者队列的“质量”。

因此，绝大多数情况下的“市场”失效，都来源于简单目测队尾位置而形成误判。

图 5-2 所示是一般超市的草图，在地理位置上容易出现套利机会的地方如下。

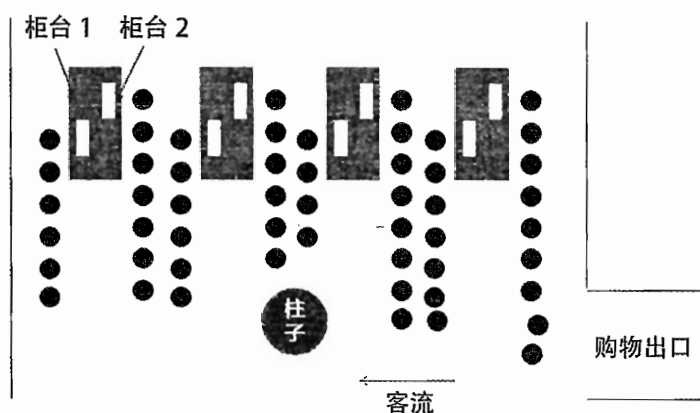


图 5-2

- 远离入口的地方：一般人都懒得走那么远，只会就近找位置排队。
- 障碍物遮挡的位置：比如图 5-2 中柱子挡住的两个队列。
- 交错的柜台：柜台 2 比柜台 1 更靠后，凹进去的部分往往能多容纳几个人，所以柜台 2 的实际排队长度超过大家的直观判断。对新来的排队人而言，这是一个更差队列。

2. 人和

再从人和入手，寻找“市场”失效的地方。这里也存在另一个基本假设：即使每个队列的长度都一样，队列中的每个人到柜台后处理问题所需的时间也会不同，会存在一些耗时过长或过短的“异常”排队者，而这些就是“市场”容易失效的地方。

任何一个人在队列中的等待时间，等于前方各个用户处理时间的总和。用数学语言来解释就是：每个人的权重并不相同，总的相对排队时间不是对人数求和，而是对人数加权后求和。

因而而来的策略，就是尽量避免排在耗时长的人后面，而选择耗时短的人。以

下因素会影响每个用户的处理时间。

- 验证件：在机场安检值机时，外籍人士因为额外的手续花费的时间往往会更长。
- 扫货（收银员扫描货品上的条形码）：在购物中心结账时，老人、家庭妇女以及老外一般喜欢大量采购，所以扫货的时间很长。
- 付费：结账时，各种支付方式所需时间从短到长依次为手机支付、刷卡、现金和优惠券。同时，储值卡、购物卡的效率往往也很低，因为与之配套的设备有限且有更高的概率“宕机”。一般来讲，年轻人或者男性更易接受手机支付及刷卡，而且不爱去凑优惠券。老年人及家庭妇女，则是优惠券以及各种储值卡的忠实用户。而老外往往不得不使用现金等低效的方式。
- “巨坑”：买票、值机或海关通关时，往往会有旅行社的带头人，一下子拿着十几本护照或者身份证办手续，处理时间大大延长，而且中间可能随时有旅行社的其他成员加入。

因此，选队列的时候，要根据队列中的人员组成进行判断：尽量选择中青年男子多的队列，避开携带大包小包以及手持优惠券或储值卡购物卡的人多的队列，坚决躲开旅行社带头大哥大姐“占坑”的队列。

3. 天时

如果采用地利人和的策略仍难找到“套利”机会，那就知天命顺天时：选择一些靠近尚未开启闸口的通道的队列。同时，需要少看手机，时刻保持对新开排队通道的关注。“机会总是留给有准备的人”，这样就握有“期权”——换到新开“赛道”的选择权。

因为无论是超市还是机场等地方，往往都会根据排队情况或上班人员的情况新开通道。如果把握住这些新机会，就很容易在新开队列中占据前排位置。

那接下来的一个核心问题就是：遇到新开排队通道，是否应该切换赛道（见图 5-3）。这不仅仅是排队的“灵魂拷问”，也适用于人生、职业和感情中是否应该及时放弃现有机会而切换“赛道”。

为得到这个问题的解决方案，首先进行一些假设。

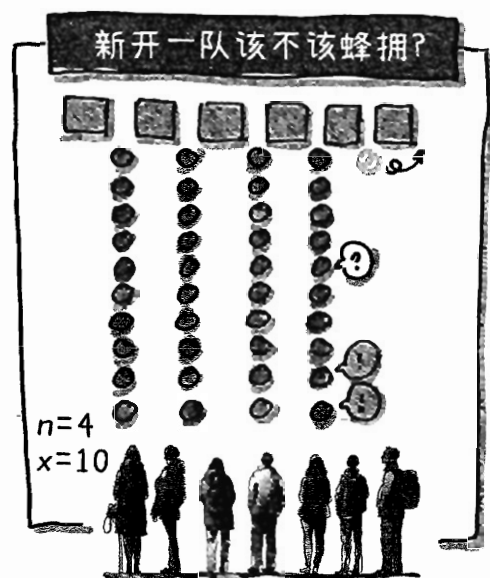


图 5-3

(1) 共有 n 个队列, 因为排队的“市场”足够有效, 于是每个队列的长度则均为 x 。

(2) 队列中每个人为单位队列长度, 其所需处理时长均为 a 。对于队列中的人, 其前方队列长度为 x' , 则完成排队需耗时 ax' 。而对于任何队尾的人, 完成排队需耗时 ax 。

(3) 在新队列达到稳定长度之前, 每个人换队列之后所处的位置完全随机, 从头到尾概率均匀分布。

(4) 每个人都足够理性, 如果更换新队列后排队时间的期望值超过目前所在队列所需要的排队时间, 则不换队列。

求解目标:

每个队列存在一个临界位置, 在这个位置前面的人不会换队列, 在这个位置后面的人 would 考虑换队列。

求解过程:

(1) 新增一个队列之后, 在“市场”有效的条件下, 每个队列的长度变为 $nx/(n+1)$ 。

(2) 换到新队列的人, 所处位置的期望值为 $nx/(2n+2)$ 。

求解结果：

(1) 在现有队列中处于 $nx/(2n+2)$ 之前位置的人（略低于前 50% 的队列处），不要考虑换队列，除非发现新队列的时间极早且能飞奔到新队列的耗时极短。对于身处队列前面的人来说，换赛道的机会成本很大，但收益有限。

(2) 处于 $nx/(2n+2)$ 之后位置的人，要尽快考虑换队列，越早越好。其机会成本比较小但收益比较大，值得为此飞奔一把。

以每个队列为 10 人且共有 4 个队列的情况为例，当新开一个队列的时候，根据上面的计算，排在前面的 4 人不用挪窝，而之后的人赶紧奔向“新天地”（见图 5-4）。但应该指出的是，这是个动态博弈的过程，换队列的时间越晚，换到新队列中的获益就越小甚至为负。因为如果太多人涌入新队列，就会成为“市场失效区”而形成过长的队列，甚至远超原有队列的长度。如果每个队列的后 6 人都跑向新队列，那么新队列将有 24 人，而原有队列每队列只剩下 4 人。

在实战中，还要考虑所在队列与新开队列的距离，如果远，就要保守一点，偏向不换。这也是本节中提倡的天时观念，最早选队列之时靠近有可能新开队列的通道，才有可能接住这“泼天富贵”。

其实换队列的算法，和人生和职场的算法也有很多类似之处。首先，“条条蛇都咬人”，虽然条条道路通罗马，但是走哪条道路都会有艰辛，成功并不简单，排在后面的人自然要经历无数的艰辛和等待，才能“上位”和“圆满”。其次，排在后面的人更要关注全新赛道的机会，这样才更可能实现逆袭。而位居前列者，面对新赛道新机会，以前的资源和优势可能反而是包袱。

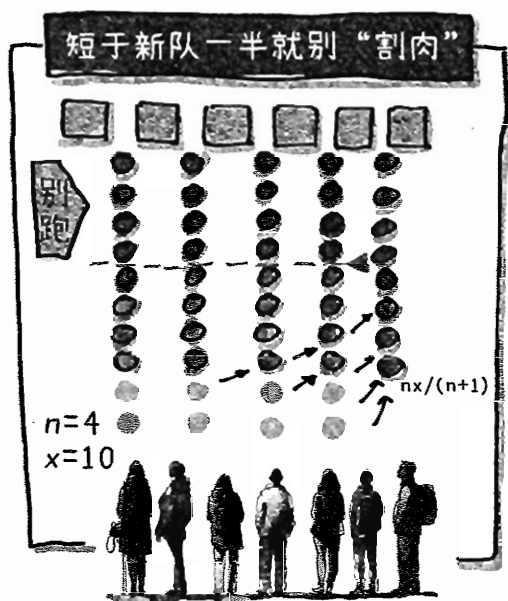


图 5-4

游乐会站队，抱得美人归

工作也需要劳逸结合，而会排队，不仅是职场的基本技能，也是快乐游园的“护身法宝”。无论是去迪士尼还是环球影城¹，会排队能帮你比别人快，而且比别人乐，如图 5-5 所示。



图 5-5

¹ 指迪士尼和环球影城的主题乐园。

比如北京环球影城的哈利·波特主题区，一排4个座椅，如果坐了一家三口又找不到独行侠来“填空”，这个座椅就浪费了。为此，公园设置了标准通道和单人通道。

如果某人非要和同伴一起坐，那就需要在标准通道排队，工作人员确保这2人、3人、或4人坐在一排。如果某人是独行侠，或者有伴儿但不介意分开坐，那就可以在单人通道排队。工作人员会用单人通道的游客来查漏补缺，填满2人或3人组在4人座椅上留的空位。

单人通道可以让工作人员在某一排有空位时充分填满，而不是浪费座椅、浪费时间或者浪费“呐喊”，“再来一位！一个人来的，后面有没有？”这样一来，因为每排都能坐满，整个队列移动得更快更顺，游戏项目每小时可以服务更多人。

现在问题来了：如果不介意独自坐，但是单人通道的队列有点长，是该留在标准通道还是跑去单人通道？

1. 平均流量比较

这就要比较一下标准通道和单人通道的平均流量了（见图5-6）。

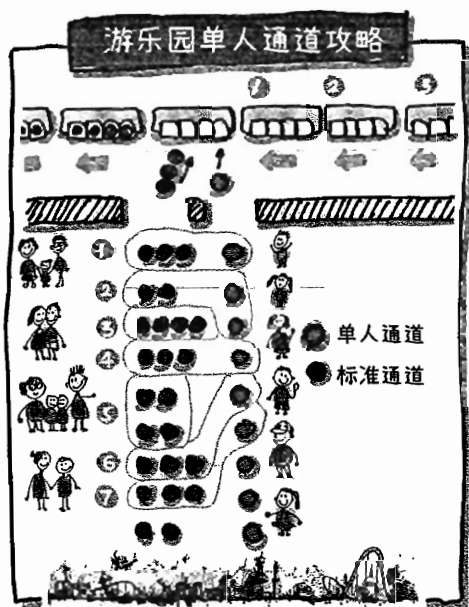


图5-6

先看标准通道。

假设游乐项目座椅4人一排，标准通道2人组、3人组和4人组分布的概率相同，各占1/3。简单起见，假设工作人员安置了2人组后，如果紧接着也是2人组，那么把两组人一起安置。

把前后两组的不同情况列出来，共9种，用“(前一组游客数，后一组游客数)”来表示：(2,2)，(2,3)，(2,4)，(3,2)，(3,3)，(3,4)，(4,2)，(4,3)，(4,4)。

如图5-7所示，这9种情况下，每来9排座椅，标准通道“消化”的游客为：4，2，2，3，3，3，4，4，4，而留给单人通道的座椅是：0，2，2，1，1，1，0，0，0。

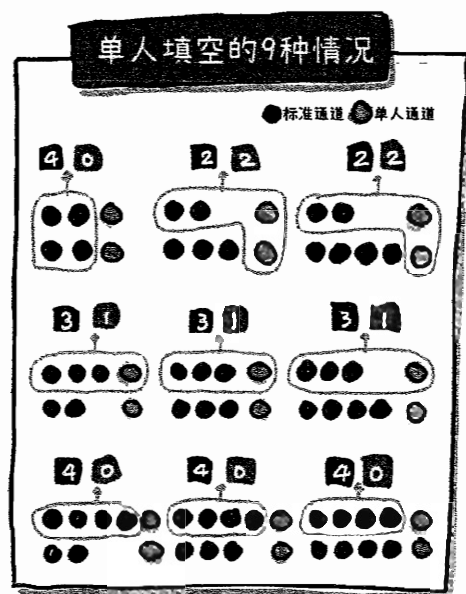


图5-7

每来9排座椅，平均可以“消化”29位标准通道的游客，7位单人通道的游客。单位时间内标准通道的客流量是单人通道的4倍多一点。所以，只要单人通道排队人数比标准通道排队人数的1/4更少，就应该果断“单飞”。

2. 单人通道流量

有时候，过多游客贪图单人通道的快捷，会造成单人通道的排队人数超过了标准通道的1/4。考虑到不少标准通道不允许单人排队，这时候，即使是母胎单身者¹，也

¹ 网络用语，指的是从出生开始，就一直保持单身，没谈过恋爱的人。这也是一种夸张的说法，形容那些极其孤独、长期单身或者很难找到男女朋友的人。

应该赶紧找一个陌生人组队排到标准通道去，这样不仅可以更快排到，还可以和陌生人“尬聊”，增强社交技巧。

当然会有更复杂的情况，2人组、3人组和4人组的比例并不相同。从直觉上很容易得到：3人组占比越高，单人通道的机会越多，走人越快；4人组占比越高，单人通道的机会越少，完全不走人。而2人组情况比较复杂，占比越低和占比越高，对单人通道走人都不利：占比太低的时候，机会让给了4人组和3人组，前者不提供任何机会给单人通道，而后者每次只能提供一个机会给单人通道；占比太高的时候，2人组容易两两结合，而不会给单人通道留下任何机会。

如图 5-8 所示，以 2 人组的占比为 X 轴，并以 3 人组的占比为 Y 轴，这时候 4 人组的占比则可以通过前两者来得到，从而计算出单人通道和标准通道走人速度的比例，并将其作为 Z 轴，最终做出图中的 3D 网格曲面图。和直觉基本匹配，当 2 人组占比达到 20% 以及 3 人组占比达到 80% 的时候，单人通道与标准通道的走人速度的比例达到最大值 39% 左右。其实存在理想的极限情况，标准通道由 2 人组、3 人组、2 人组、3 人组……“梅花间竹”地组成，这样每个组可以给单人通道带来 2、1、2、1……的机会，因此单人通道与标准通道的走人速度比例的极限值为 $(1+2)/(2+3)=60\%$ 。

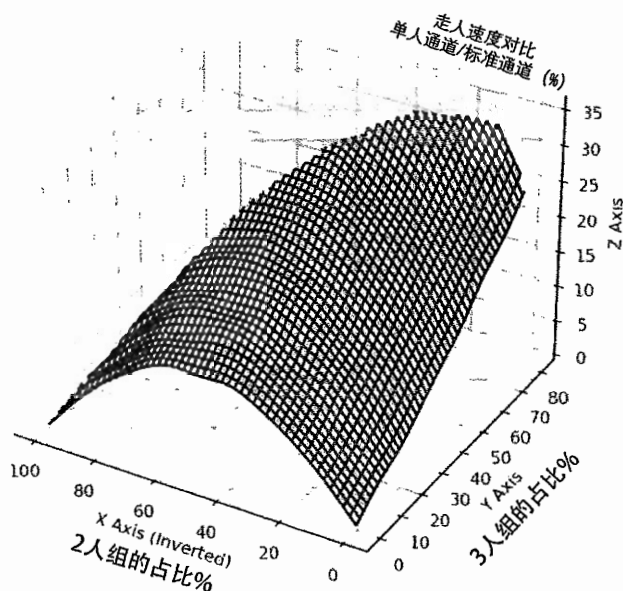


图 5-8

基于以上分析的启示就是，当标准通道中三口之家和情侣特别多的时候，可以在单人通道多待一会儿，不用这么着急换到标准通道来“吃狗粮”，因为单人通道有速度加成。而在一些情人节专场中，可能要回避单人通道，否则除了情感对独行侠的伤害，排队时间也丝毫不留情面。

同时也很容易发现，大部分情况下4人组是由两娃的四口之家组成的，其对单人通道的走人速度带来最大的打击效果，可谓是丝毫不留情面。两娃家庭是独行侠的克星，不仅仅体现在游乐场中，也体现在国家的生育政策上面。我国正在面对人口老龄化和新生人口不足的严峻情况，政府最希望的也应该是，尽快把各类单身人士劝诫到四口之家的“通道”上去吧。

以上方法对于“钢铁单身直男”而言，还有另外一个获得额外增益的可能，就是充分利用这个可以搭讪陌生人的机会，去单人通道找一个独自排队的妹子，组队去排标准通道。

虽然“钢铁单身直男”不能确定单人通道的妹子一定是单身，但她至少有独立意识，或者男朋友表现得不够“暖”而没来游乐场陪伴，所以很可能有机可乘。

“钢铁单身直男”可以说：“跟我一起组队去排那边的通道吧，比单人通道更快！”

妹子可能说：“我不信。”

“钢铁单身直男”就说：“那咱们打个赌，如果那边比这边慢，我输你一个微信红包。”

除了概率论中的期望值计算，“钢铁单身直男”还用到了一个投资概念，叫风险对冲（Hedge Strategy）¹。

单身男女新建2人组排标准通道，如果比单人通道快，汉子开心妹子崇拜，如果比单人通道慢，汉子输点钱但是至少加了妹子的微信。

所以，学会排队，动脚动脑会对冲；成双配对，又快又乐往前冲。

1 一种投资策略，旨在通过分散风险，减少投资者的总体投资风险。具体而言，风险对冲意味着以低风险的投资方式，通过一系列的组合投资，而获取期望的报酬，同时降低其从个别投资组合中可能产生的风险。

第 2 节

选择大于努力

打工人经历了上班的折腾和排队的艰辛，吃口东西时是难得的喘息机会，不少人性化的公司都会提供免费的午餐或者下午茶。

以下午茶为例，不少公司的做法都是将一堆水果放在公共区域，供大家取用。通常的情况往往是：大家蜂拥而上各自挑选一个或者一盒水果回到座位，舒舒服服地享用。下午茶的水果质量常常参差不齐，而谁又不想选一个最好的来享用呢。选出一篮子下午茶水果中最好的那个，最直接的思路当然是：把所有的水果翻一遍，然后选择其中最好的那一个。但除非你有“社牛”的抗压能力，能够无视同事们鄙夷的目光把所有水果翻一遍，同时还要具有公牛的体力，能够在同事们的争夺中守住被你霸占的水果。

因此，放肆翻找水果的时候会有两个约束：翻找水果的数量不能超过“社死”临界线 n ；翻过后放弃的水果不能反悔再要。

最后，较优的策略是：

(1) 先翻看 k ($k < n$) 个水果但不做任何选择，并记住这 k 个水果中观感或者手感最好的一个作为标准。

(2) 然后从第 $k+1$ 个水果开始，只要遇到超过之前最好标准的水果，就选走离开。

(3) 如果到第 n 个还没有找到符合标准的，就只好拿走最后一个即第 n 个水果，悻悻离开。

(4) 按上述算法，拿到翻找 n 个水果中最好那个的概率为 $P(k)$ ，核心在于找到最合适的 k ($1 \leq k < n$)，使得 $P(k)$ 最大化。

求解过程也可以非常巧妙，主要是用了逆向思维。

(1) 假设最佳水果出现在第 1 到第 n 个位置的概率平均分布且均为 $1/n$ ，则考虑最佳水果出现在这 n 个位置的情况下，运用上述算法能获得最佳水果的概率。

$$\begin{aligned}
 P(k) &= \sum_{i=k+1}^n P((\text{最佳水果为第 } i \text{ 个}) \cap (\text{上述算法能拿到第 } i \text{ 个})) \\
 &= \sum_{i=k+1}^n P((\text{最佳水果为第 } i \text{ 个}) \cap (\text{前 } i-1 \text{ 个中的最佳水果出现在前 } k \text{ 个中})) \\
 &= \sum_{i=k+1}^n \left(\frac{1}{n} \times \frac{k}{i-1} \right) \\
 &\approx \frac{k}{n} \times \ln \frac{n}{k}
 \end{aligned}$$

(2) 使得 $P(k)$ 的导数为零的 k 则为最佳策略中的 k 。

$$\begin{aligned}
 P'(k) &= \frac{1}{n} \times \ln \frac{n}{k} - \frac{k}{n} \times \frac{1}{k} = 0 \\
 k &= \frac{n}{e}
 \end{aligned}$$

所以当 k 等于 n 的 $1/e$ 或者 n 的 37% 左右的时候，有最高的概率能够在最多翻找水果 n 次的情况下获得最佳水果。

将上面的策略用于公司下午茶的优化，或许会被职场精英诟病格局没有打开。但其实，它可以用于许多格局更大的场景中，这是决策问题的一个重要分支，被称为“秘书问题”，大概的条件及假设如下（见图 5-9）。

(1) 已知共有 n 个候选人，但只有 1 个空缺的秘书职位。

(2) 候选人到达的顺序是完全随机的。

(3) 当某个候选人到达时，会展示其工作能力值，且不存在能力值相同的情况。

(4) 一旦候选人到达，必须根据其能力值，立即决定是否接受这个候选人。如果接受，就意味着必须拒绝后续所有的候选人。如果拒绝，就意味着之后再也没法选择该候选人。

(5) 目标是设计一个算法，使得能以尽可能高的概率选到最好的候选人。



图 5-9

这个“秘书问题”的解法就是使用上面的算法：先观察总数前 37% 的候选人，并记录其最佳能力值，在此之后，一旦出现超过最佳能力值的候选人，就立即出手聘用。

沿着这个思路拓展，除去上面提到的选下午茶水果和找应聘者，还可以拓展到更多的领域中，包括为工作提供“能量”和“港湾”的生活场景，只要满足下面两个核心条件：在一定时间或者空间内必须做出选择，且“好马不吃回头草”，不许找前面已经被忽略过的对象。

可以考虑的场景还可以有：最多谈多少个对象之前，找到最佳的人生伴侣；最多在评估多少套二手房或者出租房之前，找到最合适的房子……凡是遇到这类问题，你都可以说：哈哈，我要“招个秘书”。然后直接套用秘书招聘难题的决策结论。

其实“招个秘书”用河南话来读，音似“找个谜数”，这个像谜一样的数字就是 e 的倒数——37%，在最大可选择范围的前 37% 中选择最佳者作为标杆。而且有意思的是，从“招个秘书”到“找个谜数”，不仅在意义上为从难题到解法的映射，在读音上也是从普通话到河南话的映射，因为这个语音的映射关系可大概总结为：

普通话一声 = 河南话三声；

普通话二声 = 河南话一声；

普通话三声在河南话发音里无对应；

普通话四声 = 河南话二声。

所以“秘书”用普通话读或者河南话读，都是“谜数”，也对应了一个“37%规则”：即先拒绝前37%的诱惑，包括应聘者、求爱者、食物等。古话说，“三思而后行”。这里的“三”也恰好双关，第一层意思是拒绝前三成的诱惑，37%约等于前三成；第二层是思考三次，不要着急做决定，先经历过一些案例，找到最佳实践作为标尺，再做决定。

其实，工作中有非常多的场景需要拒绝当下的诱惑。特别是在那些“好马可吃回头草”的场景中，要拖延做决策的时间。比如常规的招人场景中，完全不用当场给出是否聘用的决定，甚至可以“浪子回头”去找之前的求职者。于是完全可以在时间允许的情况下多面试、多感知、多比较，然后再做决策。

一位曾经颇有经验的创业者就分享过类似的经验：无论多么求贤若渴和急不可耐，任何一个职位，都至少要面试5个人才能做决定，哪怕是最后回头去找面试的一个人。

记住：浪子回头金不换，职场道路更宽广。

第3节

即使努力也要心中有数

选择再重要，最后也要落实到实际的努力工作中。工作中很重要的一点是需要有基本常识（common sense）以及商业直觉（business sense）。正所谓：眼中有道，有大道有门道；手中有术，有艺术有技术。

在投资和咨询等行业中需要快速做出商业判断且不断适应新变化，因此不能总

是依赖少数专业知识和经验沉淀，而应凭借通用性和泛化性更强的技能，来为自己保驾护航，以能够跨行业快速判断和决策。如同著名的速滑运动员加“暴力解说员”王濛所说的，“我的眼就是尺”¹，这种技能就是“我的心就是尺”，简称“心尺”，一把能对各种行业或模式进行评估的尺子。

建立心尺，主要依赖如下两个步骤。

(1) 记忆一些基本常识或者一些专业领域的核心数字，以便形成自己独有的数据尺度。

(2) 选择合适的场景并做适当变换去应用，包括比较、估算等，最后形成结论。

如同在丹尼尔·卡尼曼在《思考，快与慢》一书中提到的，“系统1”依赖情感、记忆和经验迅速做出判断，用于做快思考出快结论，但容易上当；“系统2”通过调动注意力，来分析和解决问题并做出决定，用于做慢思考出慢结论，但不易出错。而心尺其实是“系统1.5”，基于“系统1”的数字和常识，通过简单变换后应用，争取达到“系统2”的准确度。

你的眼就是你的尺，我也要我的尺

王濛有了她的尺，脱下运动员的戎装也能捧起解说员的饭碗，身为打工人的我们也需要有自己的尺，才能让饭碗更稳妥。

米首先是由科学家精心定义的，即通过巴黎的经线从地球赤道到北极点的距离的1000万分之一为1米。然后，科学家精心制作了国际米原器，并将其存放在国际计量中心，米成了人类世界的基本长度单位。

而提升我们在日常工作中的基本常识和直觉，也要建立我们自己的数据尺度，即建立工作生活数据的“米原器”，于是我们需要记忆一系列有价值的基础数据。

提起记忆数字，肯定会戳中不少人痛苦的记忆，但其实有许多记忆数字的秘诀，甚至能和生活中的一些乐事联系在一起。

1 出自2022年北京冬奥会王濛解说中国短道速滑混合接力队比赛。2022年2月5日晚，中国短道速滑混合接力队拿下2022年北京冬奥会中国代表团首金，在武大靖与竞争对手几乎同时冲过终点时，王濛在赛事主办方没有公布最终结果前就拍着解说台说：“肯定赢了，首金诞生了！我的眼睛就是尺，不用看回放了！”

1. 诗词中的数字浪漫

毛主席的《七律二首·送瘟神》有句“坐地日行八万里，巡天遥看一千河”，其意思就是：即使不运动但随着地球公转，人类一天的运动距离也是“八万里”即4万千米。这大概等于地球赤道的周长。记下这句朗朗上口且有意义的诗句，就很容易牢牢记住地球表面的最大圆周长度。

以地球周长为基础，许多相关的数据尺度概念就能建立起来。离中国最远的阿根廷到中国的距离，正好是地球赤道周长的一半。中国到美国的距离，虽然因为起点城市和终点城市不同会有一定的差异，但大概是赤道周长的四分之一，即1万千米左右。而北京到上海的距离恰好是1000千米出头，小一个数量级。中国目前最强悍的洲际导弹东方-51，射程为1.5万千米以上，能够攻击全球任何一个目标，因为考虑到中国庞大的国土面积，可以调整发射点，所以即使射程不到2万千米，也能覆盖全球。

而利用这句诗的下半句“巡天遥看一千河”，还可以记住银河系的恒星数量是1000亿级的。而宇宙和银河系的年龄都是100亿年的级别，人类的神经元数目也有150亿左右，这几个数字恰好比1000亿小1个数量级。地球的年龄在46亿年左右，这个数字约为100亿的一半。

2. 历史中的数字浪漫

提到记忆数字，历史课上的各种年代数字，可能给不少人造成了双重伤害：一方面是历史上的，另一方面是数学上的。但同样是数字，但凡和初恋情人相关的，很可能就会好记而浪漫很多。所以数据难记与否，不在于数字本身的长短，而在于数字与自己是否相关。

其实这些历史书上的数字，也可以飞过“鹊桥”，时空相连制造出一些别样的浪漫，于是记忆起来方便很多。

成都到西安所有的高铁和动车，只要是二等座和无座票，价格都是263元。而非常巧合，三国时代的蜀汉亡于263年，刘备、诸葛亮和姜维抱憾终生都没能还于旧都而复兴汉室。有没有那么一点可能性，现在的四川人民为此种遗憾和历史情怀，将其反映在了车票价格之上呢（见图5-10）？



图 5-10

记住 263 年的蜀汉和 263 元的票价，对于中国历史整体走势的把握也有了一个非常清晰的时间锚点，同时也逐渐建立起历史的数据尺度。也是因为 263 年灭蜀的成功，司马昭获得更大的统治正当性，进一步加速控制魏国，这些变化最终导致了晋朝的建立和三国时期的结束。

3. 除了浪漫，数字也有规律

许多长数字看起来枯燥且像天书一样无法记忆，但是一旦掌握了规律，记忆会变得很简单。

比如邮编，中国邮政编码实行“四级六码”制（见图 5-11），即邮政编码由 6 位数字组成，其中前两位代表的是省、直辖市或自治区，第三位代表的是邮区（邮政内部的网络组织单位，近似于行政上的“地级市”），第四位代表的是县（市）邮政局，最后两位代表的是投递局（乡镇支局所或城区的某一投递区域）。正好反映了中国的省市县镇的四层治理结构。

而且中间还有些窍门，比如邮编第三位是零的区域，一定是省或自治区的省会（比如成都邮编 610000）或是直辖市的非郊县的城市中心区（比如北京海淀邮编 100080）。但因为近年来，一些省会城市“收编”了周围的一些地方，这些地方的邮编保持不变，所以第三位不为零，比如被成都“收编”的简阳（641400）和被济南“收编”的莱芜（271100）。

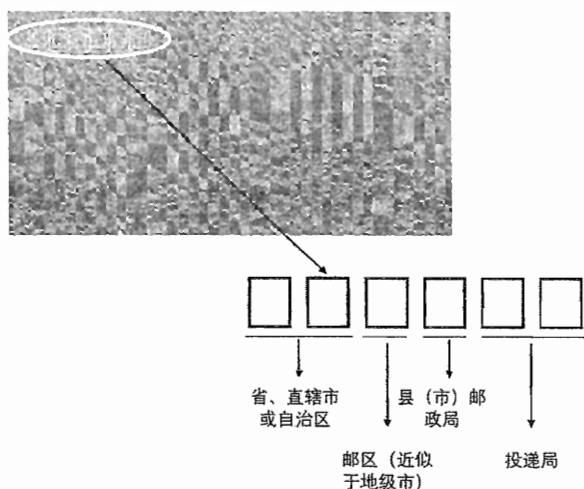


图 5-11

至于 18 位的身份证号码“ $ddddddyymmddxxpy$ ”，每个数字的具体意义如图 5-12 所示。即“ $dddddd$ ”表示区域；“ $yyyymmdd$ ”表示出生日期；“ xx ”表示顺序码避免重复；“ p ”表示性别，奇数表示男性，偶数表示女性； y 表示校验码，用来检验身份证号的正确性，可以是 0~9 的数字和“X”。

18位身份证号码的数字代表的意义																	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
省份 自治区 直辖市	地级市 盟 自治州	区县				出生年月日 (年4位月2位日2位)						顺序码		性别		校验码	

图 5-12

其中值得注意的有两点。

其一，前 6 位的 $dddddd$ 和邮编完全不对应，从省到城市的编码为完全不同的系统。

其二，校验码在于检验身份证号的正确性。计算方式分为如下三步：

(1) 对前 17 位数字码加权求和。

$$S = \text{Sum}(A_i \times W_i), i=0, \dots, 16$$

其中 A_i 表示第 i 位的身份证号码数字， w_i 表示第 i 位的加权系数，其各位对应的值依次为：7、9、10、5、8、4、2、1、6、3、7、9、10、5、8、4、2。

(2) 以 11 对计算结果取模。

$$Y = \text{mod}(S, 11)$$

(3) 根据模的值得到对应的校验码，对应关系为：

Y 值：0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

校验码 y' ：1 0 X 9 8 7 6 5 4 3 2

如果计算出来的校验码 y' 和身份证中的 y 不相等，则证明提供的身份证号码错误。这个校验挡住了不少乱填身份证号码的场景，比如互联网中的各种注册、游戏或电商的身份确认等。前几年的一个新闻，曝光了一个缺乏社会责任感的游戏平台，故意放开身份证号码的验证让未成年人可以轻易注册并付费，引起了对平台型企业责任的广泛讨论。可以看出这个验证流程貌似简单，却真的能拦住一大批并不适合的用户或者并不善良的平台。

记忆并理解重要数字，从而给自己建立数据尺度的方法有很多，这里仅抛砖引玉，每个人都可以建立自己的“心尺”，并在不同场景中灵活运用。

拿着锤子找钉子，不如拿着尺子找感觉

人们常常调侃某人拿着锤子找钉子，来形容其目光狭窄。不过尺子和锤子不同，拿着尺子到处量量，却真能让我们处处找到感觉、找到价值。

应用数据尺度的场景很多，主要是检验遇到的各种结论是否靠谱，以及推算各种结论量化后的大致范围。这种方式在英语环境中，还有个专有词汇叫作 Sanity Check（合理性检验或靠谱检验），指快速评估计算结果或分析结论是否合理。Check 这个英文词汇很形象而生动，除了“检查”还有“检查站”的意思。就像机场或者高铁的安检一样，通过 X 射线，将各种不靠谱的东西屏蔽在重要场合之外。

著名的物理学家理查德·费曼先生，在《你干吗在乎别人怎么想？》一书中，就生动形象地描述了 Sanity Check 的方法：“我家有一套《大英百科全书 2》，父亲常让我坐在他的膝上，给我念里边的章节。比如有一次念到霸王龙，书里说，‘恐龙的身高有 25 英尺，头 6 英尺宽。’父亲停下了念书，对我说，‘唔，让我们想

一下这是什么意思。这也就是说，要是恐龙站在门前的院子里，那么它的身高足以使它的脑袋凑着咱们这两层楼的窗户，可它的脑袋却伸不进窗户，因为它比窗户还宽呢！’就是这样，他总是把所教的概念变成可触可摸、有实际意义的东西。”

根据上面提到的各种数字记忆的方法，可以建立起自己各种领域的数字尺度，有事儿没事儿到处丈量、到处 Check。这个感觉就有点像化身说唱歌手，只要情绪来了，用“切克闹”（Check it out）开场，然后随口来一段单压双压的说唱乐。

1. 历史不再枯燥，Check it out

通过时间的数据尺度，针对各种历史事件，建立更强的时代背景感知、知识关联及知识体系，甚至能挖掘出其背后的逻辑。

秦朝建立的时间是公元前 221 年，蜀汉的建立时间是在公元 221 年，两者形成类似于正负数的关系。同时，因为蜀汉的历史使命是匡扶汉室，所以在东汉禅让于曹魏之后就立即建立，所以东汉灭亡的时间在公元 221 年的一年之前——公元 220 年。

再结合当下为 2024 年以及成都到西安的票价 263 元等基本信息，就能建立起秦朝到三国时代结束这段历史的时间数据尺度：公元前 221 年（秦朝建立）—公元前 202 年（西汉建立）—公元 220 年（东汉灭亡，曹魏建立）—公元 221 年（蜀汉建立）—公元 263 年（蜀汉灭亡）—公元 266 年（西晋建立）（见图 5-13）。

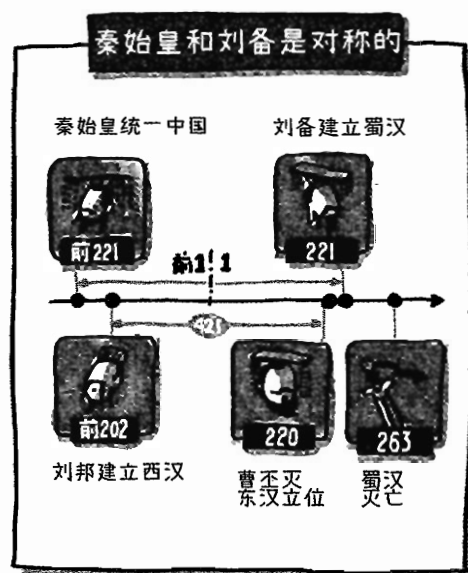


图 5-13

除此之外，从西汉建立到东汉灭亡，总共 422 年，除去中间短命的新朝的 14 年时间，总时长在 400 年左右：一个较长朝代的时间跨度大概就是 200 ~ 400 年，200 年是把西汉和东汉看成两个朝代，而 400 年是把西汉和东汉看成一个朝代。而这 200 ~ 400 年的跨度，基本就是在当时的生产技术条件和中国独有的大一统治理技术之下，一个王朝的极限“待机”时间，这逐渐成为 2000 年来中国大一统王朝的铁律。

除去复杂的秦汉魏晋时间轴，其实距离现代最近的明清也可以有类似的梳理思路。明朝和清朝的跨度都是 276 年。明朝从 1368 年朱元璋定都南京到 1644 年崇祯在景山公园的歪脖子树自缢身亡，一共 276 年。清朝从 1636 年皇太极改国号大金为大清，到 1912 年溥仪颁布退位诏书，也是 276 年。二者中间有个“八年抗清”的胶着交叉期，最后以明朝抗清失败告终。因此只需要记住 1912、276 和 8 三个数字，即可做如下倒推：1912 年清朝结束—1636 年大清建立—中间“八年抗清”的交叉—1644 年崇祯在景山自缢而亡—1368 年朱元璋定都南京建立明朝。整个过程如图 5-14 所示。

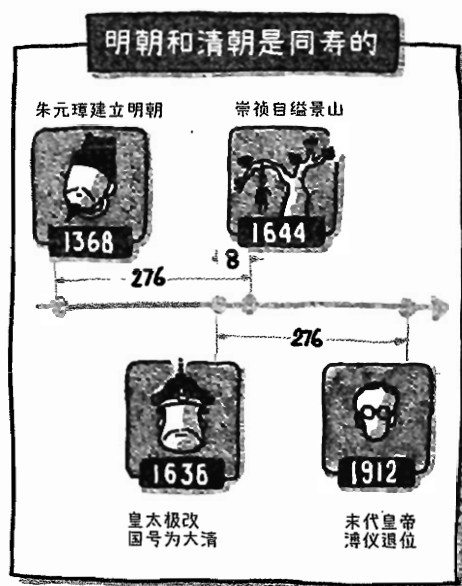


图 5-14

2. 生活不再烦恼，Check it out

一旦建立起 100 千米（北京到天津）—1000 千米（北京到上海）—1 万千米（中国到美国）—2 万千米（中国到阿根廷，地球上离中国最远的距离）—4 万千米（地

球赤道周长)这个距离方面的数据尺度,再加上5千米/小时(年轻人快走的速度)—10千米/小时(有一定运动基础的长跑速度)—100千米/小时(汽车在不堵车高速上的平均速度)—300千米/小时(高铁的平均速度)—900千米/小时(民航飞机的速度)这个速度方面的数据尺度。将两者结合,就能在出行时间或运动时间估算的场合大显身手。整个过程如图5-15所示。

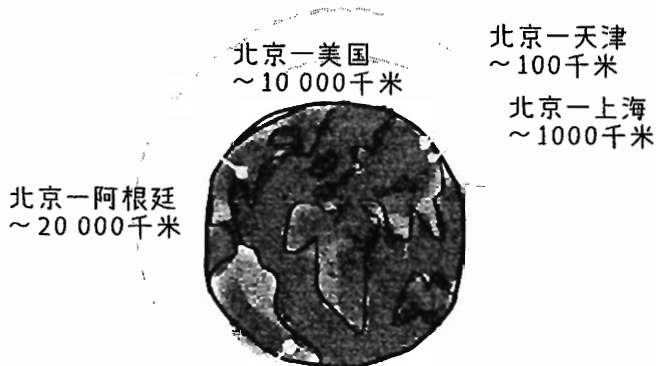


图5-15

而如果能够记住自己在静息情况下的脉搏频率(每分钟40~100次不等,与个人体质有关),就能够脱离手表和手机,通过数脉搏对时间做很好的估计和测量,这个方法其实源于伽利略通过脉搏发现了钟摆的等时性。

3. 商业不再煎熬, Check it out

估算市场规模、公司利润、企业市值等,都是在日常的商业场景中极其常见的。

2013年美国华裔女投资人 Aileen Lee, 将初有成就的创业公司的门槛定位在估值10亿美元,超过该估值且成立不超过10年的创业公司被称为“独角兽”。这就建立了对公司市值估算和比较的数据尺度。一方面,可以此为门槛衡量公司价值的大小,超过该门槛的公司才算有一定的价值,才能为VC投资人带来可观的回报。另一方面,可以计算某些中大型公司等于几头“兽”,也是对中大型公司市值的估算。这个尺度也在不断发生演变,当BAT¹格局变化以及像字节和拼多多²这样的超级独角兽崛起之后,大家以百度的市值(400亿~500亿美元)作为基础,用“几

1 指百度(Baidu)、阿里巴巴(Alibaba)和腾讯(Tencent)3家公司。

2 字节此处指字节跳动,旗下有今日头条、抖音、飞书及TikTok等产品。拼多多当时还没有上市。

度”的概念来评价各种新崛起的超级独角兽。在海外，也有人开始称估值 100 亿美元以上的公司为“十角兽”，1000 亿美元以上的为“百角兽”，比如埃隆·马斯克的 SpaceX。

至于在市场规模估算方面，著名的网络段子“全中国每人每年给我 1 块钱，我就能年收入破 10 亿元”，看似玩笑其实是一种经典的估算办法。以中国 14 亿人口¹、美国 3 亿人口或者全球 70 亿人口为基础，加上对用户渗透率的估计，再乘以估算出来每个用户能贡献的单位价值，就能对公司年收入的天花板有很好的把握，最终过滤掉大部分不靠谱的想法。比如：依靠广告变现的模式，DAU（Daily Active User，日活跃用户数量）的人均年贡献值在几百元就是很不错的水平，超过太多就会违背广告变现效率的第一性原理，这个几百元就是基于搜索引擎等顶级广告模式的数据尺度。再比如，依靠消费者付费的模式，付费客户数 4 亿人可能是天花板，而人均贡献值在几百元都是顶级水平，这两个数字的估算都来自对微软的 Office 产品及付费情况的深度了解。

商场如战场，战场上也有高手利用这种“市场规模”估算的方式，只不过不是直接创造价值，而是用来迷惑对手，骄其兵而诱敌深入，最终毁灭对方的价值来增加自己的价值。比如齐国统帅孙臆知己知彼，料到对手魏国主帅庞涓会根据灶的数量，实时计算齐国军队的数量。于是，孙臆使出添兵减灶的妙计，故意制造出不断减少的灶数来诱骗对手，让庞涓误判齐军的数量以及士气状态。而庞涓误以为齐军在撤退过程中损兵折将丢盔弃甲，最后带领魏军盲目进攻惨中埋伏而大败。

其实，在科研和工程方面，数据尺度也是一把利器，其利用相当广泛。比如大家熟悉的马赫数²，以声速作为标杆，让人建立对速度更真切的认知；光年以光运动一年所经过的距离作为标杆，衡量宇宙大尺度下的距离³。因此在科研和工程中，利用音速和光速这两个数据尺度，可以快速地进行各种预估和测算。

可见，心尺在各行各业中都有千奇百怪的用法。正所谓：手中有粮，心里不慌；心里有尺，手握真理。

1 据国家统计局数据，截至 2023 年末，全国人口为 140 967 万人，此处的 14 亿人口为约数。

2 速度单位，又叫马赫，以奥地利物理学家恩斯特·马赫（Ernst Mach）的名字命名。1 马赫即 1 倍音速。

3 距离单位，是光在真空中传播一年（365.25 天）所经过的距离，约 9.46 万亿千米。

第4节

心中有数还要心中有道

除了心中有数这种小聪明，在工作和学习中，还需要心中有道的大智慧，核心是帮助自己寻求更底层的事物发展规律，做一个更实事求是的人。

更上一层楼魔法

和老板们开会往往是打工人最“内卷”最紧张的时刻。为了顺利过关，在一些超级“内卷”的互联网大厂，大家甚至要在会前做各种排练和预演。即便如此，面对高手的高强度对决以及老板的老练抽检，谁都有可能陷入猝不及防而大脑一片空白的尴尬。没人能够次次都充分准备而又充分发挥。尤其是在一些特别能“造词”的公司中，行业“黑话”就进一步加大了大家“对齐颗粒度”¹的难度。

网上有个搞笑段子，描述了“黑话”和“白刃”两种公司，在面对竞品公司的巨大挑战时候，它们展现了完全不同的应对方式。

“黑话”公司立即召开对齐颗粒度的复盘和规划会议：前中后台的定位与穿透对齐、蓝军红军的配合和反制、生态反哺、化学反应和物理反应、生态化反、增加压强、第 n 次 all-in……会后进行全员讨论、思想总结、各组织的讨论以及各层级的宣贯。

而“黑话”公司的竞争对手——“白刃”公司，立即应对和开会：多快好省做到极致 + 仅退款。然后散会，把大部分时间留给了员工去拼搏和为客户创造价值，所谓的白刀子进红刀子出的“白刃”，刀刀见血招招致命。

所以两家公司的竞争，不仅是“黑”与“白”的对比，更是语言和行动的差距。但是，像“白刃”这样大道至简、“白刃”见红而直击灵魂，不是每一个公司都能做到的，反而是“黑话”公司这样的在职场中更为普遍。

1 这本是互联网行业的“黑话”，原意为各方在某些细节问题上达成充分一致的理解。在2024年爆红的电影《年会不能停！》中，“对齐颗粒度”成为经典台词而顺势“出圈”，并作为互联网“黑话”以及“故弄玄虚文学”的代表词。

不过还好，这些“黑话”，在互联网行业从“风口上的猪”逐渐落入“凡间”的时候，却为文艺圈贡献了无数素材。2024年元旦档期上映的电影《年会不能停！》，对此就有辛辣的讽刺，“颗粒度上对齐一下，形成一套组合拳”，短短一句台词中包含了互联网行业中常用的“黑话”（见图 5-16）。

面对如此尴尬的场景，有应对的技法和心法。

技法是“更上一层楼”，当别人挖了一个“坑”时，自己不用着急想着去“内卷”和“填坑”，可以考虑去挖新的“坑”，或者讨论“坑”的定义、合理性以及边界条件。类似于当有学者抛出新的理论或者概念之时，不要着急去应用、去“填坑”，可以学习在数学和物理中讨论公理、定理和定律等的方法论，交替使用来上升到一个更高的层次追问对方。



图 5-16

（1）改变假设：改变公理中的一些条件可能会创造出新的领域，比如，平面几何的基石之一是关于两条平行线不能相交的公理，而讨论可以相交的“平行线”则开创了非欧几何。比如“中台”是默认在公司内的，那它有没有可能公司化、市场化呢？这样的反问就是在改变假设而追求新的空间。

(2) 澄清定义：为了让定理或者定律更加严谨，需要在定义和边界上更加严谨而字斟句酌，放宽边界后很多定律就不成立。比如牛顿三大定律，就不适用于原子尺度的微观世界或者宇宙尺度的超大宏观世界。比如别人发力讨论“反哺”的时候，我们可以追问“反哺”的定义是什么，哺育的“营养物质”包括哪些，追问“反哺”的边界是什么，包括公司自有体系内的哪些组织，能否包含投资体系内的公司。

(3) 逼近极限：对边界的极限值做讨论，可以揭示基本原理，验证理论模型，指导实验设计，甚至可以探索创新。比如圆半径足够大的时候，足够小的圆弧趋于直线。这里可以追问“反哺”的极限是什么，当把反哺做到极限时，自有体系内的公司是否要拆分，投资体系内的公司是否要并购。

较之上面技法略带挑战性的“半推半就”，接下来的心法则是“用魔法打败魔法”的顺水推舟。既然讨论的“黑话”如此之好，那将“黑话”进一步套用在讨论中，就会产生更神奇的效果。比如：中台给前台业务赋能和增效如此重要，那谁来给中台本身提供如此的职能？也就是中台的中台是什么？冲在前线的部门反哺给母公司，也就是回馈价值和提供增益如此重要，那谁来给提供反哺的前线做反哺？也就是反哺的反哺是什么？……最真实的案例是，在业界热烈讨论 AI 原生应用的会议上，可以反问“AI 原生应用的原则是啥”；甚至当大家转移到讨论 AI 原生应用原则的时候，可以再反问一句“AI 原生应用原则的原则是啥”。

用这个心法的提示语是“假设你是对的”，除了借坡下驴，其实还可以反手一击。基于这个假设导出一个荒谬的结论，从而证明对方的论点是不对的。这在数学上叫归谬法（拉丁文是 Reductio ad Absurdum）¹。比较著名的归谬法大师是伽利略，甭管他是否真在比萨斜塔做过试验，他确实在《关于两门新科学的对话》中用归谬法推翻了亚里士多德“大铁球比小铁球落得快”的理论。他说，假如亚里士多德是对的，那么咱们把一个 8 磅重的铁球和一个 1 磅重的铁球绑在一起，你说它落得有多快？如果考虑大铁球拉扯小铁球，小铁球拖累大铁球，绑起来的落体速度应该在大小铁球独立下落速度之间。可是，如果把绑起来的俩铁球看成一个 9 磅重的超大铁球，它又应该比 8 磅重的铁球下落速度快！同一个理论推出俩矛盾的结论，那这个理论肯定有问题。掌握归谬法虽然不能直接帮我们接近真相，但至少可以帮我们远离谣言。比如“喝茶可以杀死新冠病毒”“虾和维生素 C 一起吃等于吃砒霜”。

1 是间接论证的方法之一，即先假定对方的观点或推理方式是正确的，然后对对方的观点或推理方式加以引申、推论，得出荒谬可笑的、不可信的结论，或违反已知真理、与实际情况不符、自相矛盾的结论，从而否定对方的观点。

这些谣言都可以用归谬法各个击破。如果喝茶可以杀死新冠病毒，那么疫情期间茶叶应该脱销，或者家家有茶的中国根本就不应该被疫情所困。如果虾加维生素 C 等于砒霜，那海鲜店应该严格禁止柠檬。这些推论如此荒诞，证明传言不真。其实，所有这一类“文本粘贴、无来源、无日期、求转发”的谣言都有共同的特点：信息简单易懂，知晓此信息好处极大，否则后果很严重。我们可以用归谬法识破这一整堆谣言：对于传播成本这么低而社会影响这么大的信息，为了提升公共管理满意度，各大官方媒体一定会竞相转发，为了提升流量，自媒体营销号一定不会错过“增粉”机会。而现在这么重要的信息只是在用文本粘贴的形式私下传播，那么这种信息“非傻即坏”。

更上一层楼的魔法

上面提到的心法，好像“顶针”的修辞方法，其实在生活中也广泛应用并能产生巨大价值，比如：相信相信的力量、学习知识的知识（元知识）、研究科学的科学、研究历史的历史等等。第一个已经成为关于领导力的一门重要的课程，而后面三种甚至创造出了崭新的学科领域。

这种句式一出，不仅在语言上朗朗上口而产生 A 和 A 相乘或者 A 的 A 次方的“核裂变”式力量感，而且在数学上还有二阶导数的对称美感。

1. 二阶求导

除了语言韵律和外在格式的美，这种解决问题的方式，确实能产生“实事求是”地追寻更接近底层或本质规律的效果。这其实和二阶导数相关，因为它本身就能更深层地揭示事物发展的本质和趋势。同时，它也是一种用魔法打败魔法的方法。而打败魔法的魔法，这句话本身就运用了二阶求导的思想。

导数是微积分中最基本的概念之一。一个函数的导数，描述了这个函数在某一位置的变化率，即在一个极小单位内的增量或减量。这也可以被视为在该点附近函数值的瞬时变化速度。导数的这种性质，往往能帮助人们理解事物发展的底层逻辑和规律，以及预测事物的发展趋势。

二阶导数作为导数的导数，描述了导数在某一位置的变化率，即变化率的变化率，往往针对事物发展趋势，能提供更深入的洞察、揭示更底层的逻辑，甚至具有更好的超前性和预判性。比如行程对时间的导数是速度，揭示行程变化的快慢以及趋势；而行程的二阶导数是加速度，揭示速度变化的快慢以及趋势。

把“二阶导数”的底层方法应用到各种实践中，就能够借势往第一性原理的方向深入探索，追寻其更基本的规律和答案。而这本身就是实事求是的要义：从客观实际出发，研究和探求事物的发展规律。因此，将二阶导数的思想运用到实事求是中，就是一个更极致地“求是”的过程。

这个过程可以用“二阶求导”和“实事求是”这两个词汇的结合来描述，命名为“二阶求是”。“二阶”来自二阶求导，代表着两次探求规律和答案的追问，一次比一次逼近本质；“求是”来自实事求是，代表着探求客观事物的内部规律、联系或本质。

二阶求是的技法和心法，表面上和《年会不能停！》中的经典台词类似，比如：“情况具体是怎么样的，还是要看具体情况”“这个问题的关键，是要找到关键的问题”。但其实并不尽然，这些台词是通过交换顺序在一个层面的原地打转，属于典型的“废话文学”。

而二阶求是却是在现有的表象上，朝底层逻辑和本质的方向深挖两层，试图探求更基本的趋势和规律。“二阶”有两个递进的步骤：从零到一，从一到二，这是两个不断递进的求导过程，是不断地刨根问底。同时，还要让规律在客观世界和理论世界之间进行三个来回的反复，在将规律应用到客观世界发挥更大价值的同时，还能不断优化规律。

2. 神经网络

计算神经科学和神经网络理论的开创者之一沃伦·麦卡洛克，在1943年首次提出了神经元的M-P模型¹。这个模型可以说是目前各种神经网络模型的基础，而神经网络又是AI以及最火爆的大语言模型的基础，可谓是基础中的基础。

麦卡洛克在随后的一篇文章中曾不无自豪地说：“我们知道了我们是怎么知道的，这是科学史上的第一次。”无论是“基础中的基础”，还是“知道怎么知道的”，都是二阶求导在科学领域的重要应用。

“知道”这个动作或者意识，看似无比简单而自然。但是知道“知道”的原理和底层逻辑，却花费了人类数百万年的时间。而沃伦·麦卡洛克以及随后的很多科

1 M-P模型(McCulloch-Pitts neuron model)，是指由美国神经生理学家沃伦·麦卡洛克(Warren McCulloch)和数学家沃尔特·皮茨(Walter Pitts)于1943年提出的首个通过模仿神经元而形成的数学模型。M-P模型的基本结构包括一个输入层和一个输出层，输入层负责接收外界输入的信号，输出层输出的是对输入信号的处理结果。

学家，就是从“知道”这个最简单的意识中，构建出了复杂的神经网络，然后不断拓展和深化，直至到深度学习、大语言模型、AGI，以及更多。而所有的这些，对我们已经产生了重大影响，并注定会在未来彻底改变人类。

除了科学中，这种递进也可以出现在生活领域。斯坦福大学商学院作为全球商学院的顶级王者之一，折磨学生的除了最低的 MBA 录取率，还有那个著名的申请论文题目 “What matters to you the most? And Why?”，这是一个关于人生终极意义的第一阶追问。而在气氛和谐又热烈的入学典礼上，大家满怀喜悦和自豪，同时憧憬着未来两年的加州天堂生活。然而，院方领导会停下来冷不丁地再次追问大家：“各位在申请论文中提到了自己最重要的事情以及理由，可是为什么这些理由最重要？”这是一个关于人生终极意义的第二阶拷问。在不冷不热的北加州斯坦福商学院的大会堂，相信所有人都会出一身冷汗。也正是因为这样的灵魂拷问和教育模式，让更多斯坦福商学院的毕业生放飞自我去探索人生和改变世界，而不是简单地人云亦云，于是创造了无数成功的企业。就仅仅以国内为例，以下企业都是斯坦福商学院毕业生的作品：小红书、人人网、聚美优品、优酷、兰亭集势等。

还有一些类似的例子，比如关于如何写好一本书的一本书，关于如何做好 PPT 演讲的一场 PPT 演讲，关于如何找到解题方法的方法，等等。

3. 求是的三个层次

求是也有三个深入的层次，在客观世界和理论世界之间来来回回三次，不断抽象归纳总结、证明证伪然后再应用和迭代。

（1）第一层，不僵化，让行动符合规律。这是让客观世界的行动与理论世界中的客观规律吻合，是从理论到实践，尊重和遵守最基本的规律来办事。

（2）第二层，不空谈，让规律结合实际。这是让理论世界中的客观规律与客观世界的行动更加协调，是从实践回到理论，对规律的二次加工、迭代和精炼。

（3）第三层，不被动，让规律指导实践。这是让迭代过的理论世界中的客观规律，再去指导和改造客观世界的行动，是再次从理论到实践，让规律和改造世界有更好的结合，并创造出更大的成果。

所以，“二阶求是”超越技法是一种心法，可以广泛地运用到我们的工作和生活中，去探寻更底层的底层，去追寻更符合真理的真理和更幸福的幸福。

当然，站在更高的一层，工作中最大的心法，还是找一个靠谱的公司和一群靠谱的伙伴，在一个靠谱的方向上狂奔，正所谓“一命二运三风水四工作”。因此，如同 Facebook 的前首席运营官雪莉·桑德伯格（Sheryl Sandberg）所说：如果你有机会得到火箭上的工作，别问是什么职位了，跳上去再说。

最好的工作心法，还是找到火箭。

干的总结：链式思维导图

干的链式思维导图（见图 5-17），总结了数学如何应用在“干”的各类问题之上。从因公办事的出门排队开始，将排队问题转换角度、转换空间，进入市场有效性的空间来解决，在同质的队列中做最优选择而找到套利机会。再将概率引入排队问题，在两个不同质的队列中做出最优决策。

知进退，不仅是生活难题也是工作难题，在数量中引入概率，利用经典的秘书难题的解法，来化解办公室下午茶水果不知如何挑选的困境。紧接着是加强个人知识体系的“数量能力”，建立起各个维度和各个领域的数据尺度，培养出更强悍的商业直觉，以便在工作中有更好的表现。

最后，面对越来越内卷的职场，通过变换空间和提升维度，利用“二阶求是”的方式，将个人理解和探索业务本质的能力，提升到和众生不一样的空间和更高的维度，相信能获得更多认可和创造更多价值。

尽管如此，工作最大的心法，还是要选对“空间”：找到一艘飞速上升的火箭，不管不顾跳上去再说。这就是“一命二运三风水四工作”中的“一命二运”的范畴。

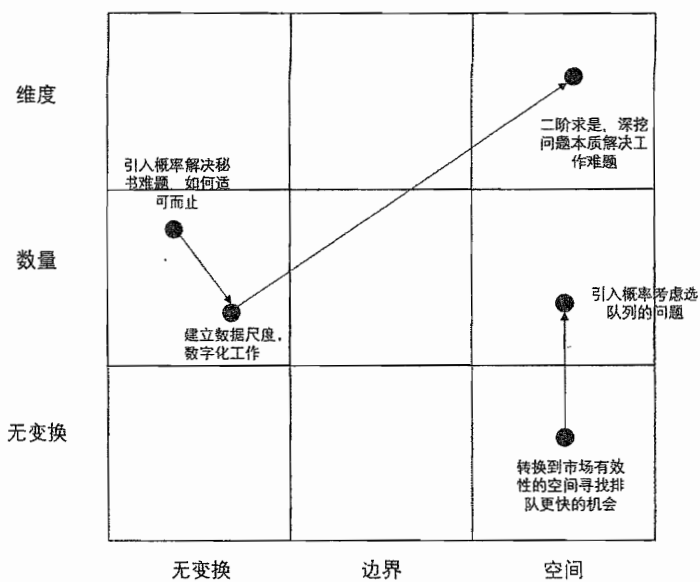


图 5-17

第6章

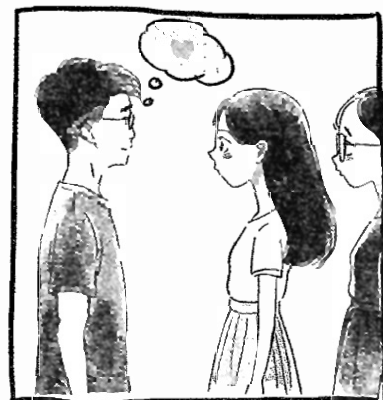
爱出规律爱出规矩

阿尔弗雷德·阿德勒(Alfred Adler)，与西格蒙德·弗洛伊德(Sigmund Freud)、卡尔·荣格(Carl Jung)并称为20世纪三大心理学家。阿德勒诸多关于爱的观点，在儿童教育心理学和爱情心理学中颇受推崇。他认为，人与人之间矛盾的产生，根源在于边界感的模糊不清。而最好的爱，或许应该是无条件的爱。

1 奥地利心理学家及医学博士，个体心理学派创始人。个体心理学是弗洛伊德的精神分析心理学体系，以“自卑感”与“创造性自我”为中心，并强调“社会意识”。主要概念是创造性自我、生活风格、追求优越、自卑感、社群和社会关系。

2 奥地利精神分析师、心理学家、精神分析学派创始人，继在1909年出版《解释性》后，被认为是精神分析心理学正式形成的标志。他开创了潜意识、心理防御机制、投射、动力心理学、人格心理学和变态心理学的发展，奠定了现代心理学的新基础，为20世纪西方人文学科提出了重要理论支柱。

3 瑞士心理学家，创立了荣格人格分析心理学理论，提出“集体潜意识”说，将人格分为内倾和外倾两种，主张把人格分为意识、个人无意识和集体潜意识。



第1节

爱，始于规划

对于在孩子婚恋上不切实际的家长，韩寒¹曾如此批评：他们不允许孩子在学生时代谈恋爱，甚至包括大学时代；但等孩子大学一毕业，他们又都希望马上从天上掉下一个各方面都很优秀而且最好有一套房子的人，和自己的儿女恋爱然后结婚。

韩寒的讽刺，看似是针对家长没有边界不切实际的爱情观和婚姻观，但其实是瞄准了这种毫无逻辑与毫无规划的爱情观和婚姻观。毕竟，爱情源于最原始的冲动和最单纯的欲望，但婚姻却需要或多或少的规划。

这种规划不仅体现在时间、数量上，也体现在路径上。

爱情的时间

如果儿女遵从父母之命，就要从大学毕业时的22岁（以当前6岁入学，正常毕业计算）开始谈恋爱，并在30岁前完成结婚的任务。同时，从单身到恋爱，再到结婚的整个探索过程中，还不能轻浮或害人。这就意味着两点约束：每段恋情算上间隔时间不能太短，比如说一年，否则就是海王²附体；且必须“串行”而不能“并行”，否则就是“时间管理大师”。

于是，这个人生难题的最大纠结是：如果过快进入婚姻的殿堂，可能还没有遇到很对的人就过早被锁定，以后遇到更好的就会“恨不相逢未嫁时”；如果挑三拣四迟迟不进入婚姻的围城，又可能错过天选之子——“走过路过，全部错过”。

1 作家、导演、赛车手。1999年，韩寒以《杯中窥人》一文获得首届新概念作文大赛一等奖。2014年7月，韩寒导演的电影《后会无期》上映。

2 网络流行语，用来形容那些有很多暧昧对象的花心的人，他们就像生活在大海里，与各种各样的海洋生物都有联系。

这种纠结，其实就是一个关于决策理论的数学问题，涉及最优停止理论¹和概率理论，前面提到的秘书招聘难题就是其中最著名的一类。基于之前的讨论，会有如下的策略。

- 假设从大学毕业 22 岁开始恋爱到 30 岁必须结婚，一年一个，最多可以谈 8 个对象然后完成结婚。
- 不着急在前 3 个 ($8 \times 37\% = 2.96$ ，约等于 3) 对象中做决定，让他们都成为前任，而只需记住他们中最好那个。之后，只要遇到好过这个“最好前任”的恋爱对象，就立即停止继续选择和尝试，尽快结婚。

爱情的次数

可是，只有正确的时间节奏，并不足以保证最后目标的实现。就像全世界有多个国家或组织在搞“五年计划”或者“2030 愿景”，但真正做到像中国这样“言必信，行必果”²的，还是绝对的少数。除了组织力和硬实力，还要考量目标是否合理。

在恋爱婚姻问题上，这个考量也一样重要。所以，最核心的是衡量理想对象的标准合理与否，即满足这些标准的人类是否存在，或者存在的数量能否达到足够的密度让自己能够相遇。可是，一个人怎么才能量化评估自己的择偶标准是否太高呢？

这方面的考量，借用宇宙学中的德雷克公式³非常合适，其用来寻求可能与我们接触的银河系中外星球高智文明的数量。这个公式也被称作绿岸公式。

$$N = R^* \times L \times f_p \times n_e \times f_i \times f_c$$

其中：

- N 代表银河系内可能与我们通信的文明数量。
- R^* 代表银河系形成恒星的平均速率。
- L 代表科技文明的寿命。

1 一种决策理论，基本思想是在已知选择范围的条件下，选择最佳的停止时机，以使收益最大化。

2 语出自《论语·子路》：“言必信，行必果，硁硁然小人哉。”

3 又称德雷克方程 (Drake equation)、萨根公式 (Sagan equation) 等。由美国天文学家法兰克·德雷克 (Frank Drake) 于 20 世纪 60 年代在绿岸镇提出，用来推测“可能与我们接触的银河系中外星球高智文明的数量”。

- f_p 代表恒星有行星的概率。
- n_e 代表行星系中类地行星的数目。
- f_i 代表行星有生命信息的概率。
- f_i 代表进化出文明的概率。
- f_c 代表外星文明与我们通信的概率。

1. 像找外星文明一样找另一半

这个公式看似高深，其实简单直接，而且可以完美复制和套用过来，计算可满足“独行侠”婚恋要求的异性朋友数量，并根据公式来优化行动策略。

这里以一位居住在 3000 万人口的大城市的高收入青年才俊为例，做如下转换，帮他寻找理想中的另一半，如图 6-1 所示。



图 6-1

- $R \times L$: “适龄恒星数”，类似于适龄异性数。假设适龄范围是10岁而人均寿命为80岁，则该合适异性出现的概率就是6%左右，匹配人数变为180万人。
- f_p : “恒星有行星的概率”，类似于生理条件匹配率，包括身高、体重、颜值、体力等。对于一个对身高、体重有高要求的“颜控”来说，这个概率应该低于10%，人数变为18万人。
- n_c : “行星系中类地行星的数目”，类似于性格匹配率。如果按照把性格分为16种类型的MBTI¹的划分方式，人数变为1.125万人（即18万乘1/16）。
- f_i : “行星有生命信息的概率”，类似于物质基础匹配率。根据《中国统计年鉴2021》，如果以月薪上万为标准，在一线城市该概率为20%，月薪过三万的概率不会超过5%。如果考虑无贷款的房车，这个概率只会更低。这时人数变为大约560人。
- f_i : “进化出文明的概率”，类似于精神匹配率，比如学历背景和兴趣爱好一致的概率。如果以985和211大学²为标杆，一般人能考上的概率为2.8%左右。如果算上专业方向相匹配的概率约1/10，那么精神匹配率降到0.28%。考虑到学历背景和物质基础有一定正相关性，这个比例可以放大为10倍（大概可以理解为985/211人群拿到高薪的比例是社会平均值的10倍）回到2.8%，人数变为 $560 \times 2.8\% \approx 16$ 人。
- f_c : “外星文明与我们通信的概率”，类似于能接触到、能沟通上合适的异性的概率，即成功沟通率。考虑到经过以上步骤的筛选，能匹配的只剩下16人，只有充分提高自己的接触面和精准度，使得该概率高于10%，才有可能使得接触到的合适人选超过1人（ $16 \times 10\% = 1.6$ 人）。而实际上，一个人每天与100个不重复的人沟通，10年才能接触30多万人，仅仅占全市人口的1%，所以10%的目标极具挑战性。更别说后面还有各种“折损”的可能性，比如没有被对方看上、“相爱容易相处难”的低结婚转化率等。

这样分析下来，如果标准太高，在3000万人的大城市找到人生伴侣的概率接近于0，类似于找到外星人的概率，难怪说：女人来自金星，男人来自火星。无论男找女还是女找男，难度都堪比寻找真正的“外星人”。

1 即迈尔斯-布里格斯类型指标（Myers-Briggs Type Indicator），以瑞士心理学家荣格划分的8种类型为基础，由美国研究者碧瑞斯和她的女儿麦尔深入研究，形成注意力方向（外倾、内倾）、认知方式（实感、直觉）、判断方式（理智、情感）和生活方式（判断、理解）四个维度。

2 “985”和“211”工程代表了中国教育体系中过去的两个重要的项目，是中国政府为提高国家高等教育水平、建设高水平大学而实施的重大举措，目的在于建设具有世界先进水平的一流大学。自2017年起，“双一流”建设成为新的提升国家高等教育综合实力和国际竞争力的国家战略。

2. 用宇宙级的浪漫找到地球人的浪漫

因此，要想真正找到合适的人生伴侣，需要“用魔法打败魔法”，还是依靠宇宙学来解决，如图 6-2 所示。

- 降低每个环节的“折损率”：要么放松标准，要么放大各个标准之间的正相关性，从而降低各层转化的折损率。如学历背景好与物质基础强大存在正相关性，这两步的折损就会大幅降低。反过来思考，就是避免那些自相矛盾的标准，因为两者之间存在负相关性。比如，希望找到一个做数理化研究工作且爱玩爱闹的“E人”，渴望寻找一个学历高物质条件好但是对生活没啥要求的“白富美”。
- 提升接触人群：多去见见人、多去聊聊天，有数量才有质量，量变引起质变。同时，要降低每天接触人群的相关性或者重复率，否则即使每天“千人呼”（和过千人打招呼），但他们都是同一时间坐同一趟地铁的路人，十年积累下来，也不会认识太多新人。
- 提升接触人群和目标人群的匹配度。与其每天大量盲目“捕鱼”，不如精准“猎杀”。如果想找月薪3万元以上的互联网人士，就多去北京的西二旗和上海的张江；想找身材体力出众的壮士，就多去健身房办卡或者攀岩馆学习；想找大学教授，就多去学校上课等。以上都已经有各种成功的先例。

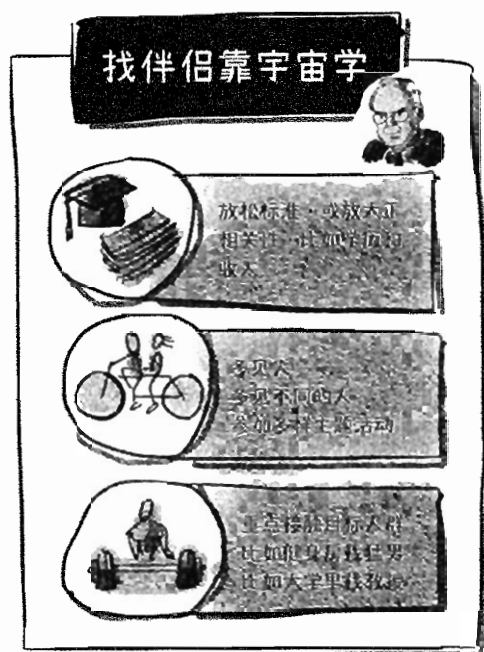


图 6-2

但是，话说回来，建立标准已经是走出了第一步，标准再高都不怕，可以根据宇宙学的德雷克公式来慢慢修正。这总比没标准强，只要是涉及择偶标准的婚恋观话题，往往暗藏着一个“终结者”——“都行，看着顺眼就好”。回顾一下开篇阿德勒的金句“最好的爱，或许应该是有边界的爱”，也仿照写一句放在这里应景：最初的爱，或许要从合理的标准开始。

爱情的路径

在建立合理的时间和数量预期之后，下一步进入找对象的实战阶段。“对象”一词其实有双关的深义，一方面是指婚恋的目标，一方面是指“对上眼”和“相中意”的默契。

在现代社会，虽然移动互联网和现代高速交通工具极大促进了沟通和连接，甚至出现了网恋和闪婚等多种形态，更是让异地恋和异地婚者不用独守空房。但年轻人婚恋的意愿反而降低，甚至找到对象的渠道更单一了。

1. 找对象，像求导一样逐步深入

无论渠道多少，万变不离其宗，现代人找对象往往有两大模式：“一阶开发”和“二阶开发”。

一阶开发，是指直接将认识的朋友发展成为恋爱对象。

二阶开发，是指请求直接认识的朋友介绍，将其认识的朋友，即朋友的朋友，与自己配对成为恋爱对象，俗称“相亲”。

在不考虑陌生人或者网友一见钟情的情况下，一阶和二阶开发只能“杀熟”，即从自己的熟人或者朋友身上“下手”，正所谓“举贤不避亲，相亲不避友”。除了看对眼和信任程度，其实存在更好的策略来划分自己的朋友圈，来实现更优化的一阶和二阶开发。

2. 强连接与弱连接

斯坦福大学教授马克·格兰诺维特（Mark Granovetter）在1973年发表了社会学方面的著名论文《弱连接的力量》，其核心观点是在每个人的人际网络中存在着强弱两种连接。

- 强连接的朋友，是指那些关系密切的人，比如家人、好朋友和长期同事。这些人通常处

于与本人相似的社会圈和专业领域中，虽然关系紧密且互动频繁，但他们提供的信息往往有限且重复。

- 弱连接的朋友，是指那些关系不太密切的人，比如偶尔联系的朋友、过去的同事或者业务联系人。这些人通常处于和本人不同的社会圈和专业领域，虽然关系松散且互动较少，但他们能够提供更多样化和不同领域的信息。

简单来说，强连接提供信息和价值的边际效用较低，而弱连接提供信息和价值的边际效用较高。同时，还要考虑到，弱连接的人数要远多于强连接的，两者一综合，弱连接给本人提供的增量价值要超过强连接，这甚至在多个社交圈中都有所反映，如图 6-3 所示。

这是一个非常宝贵却反常识的结论，但在这篇论文发布之前，几乎很少有人意识到这点。也恰恰因为此种反差，该论文得以成为社会学历史上最重要的经典之一。

弱连接的力量能够发生在多个社交领域，比如该篇论文中重点介绍的求职场景，弱连接往往能够提供更丰富和更广泛的工作机会信息。

不仅如此，弱连接的力量也可以在婚恋市场得以发挥。

首先，弱连接特别适合做一阶开发。

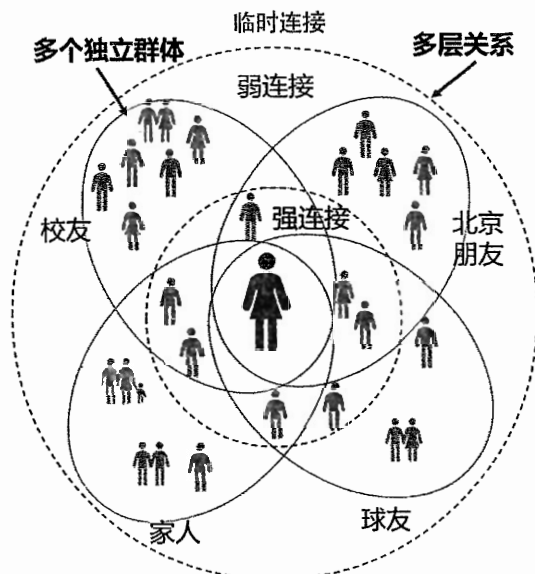


图 6-3

一阶的弱连接不仅让开发具有探索的可能性，也让进一步发展具有基本的信任基础以及共同的社交基础，比如校友圈、行业圈、兴趣圈等。如果不考虑“兔子专吃窝边草”的特殊癖好，也不出现《老友记》里千回百转老友成双的情况，在强连接的圈子里做一阶开发其实并不高效，合适对象的边际增量太少，因为“该刨过的土已经被翻了千百遍”。况且在强连接关系中，只能存在爱人和非爱人两种非黑即白的确定的稳态。而只有在弱连接关系中，才有可能存在介于爱人和路人之间的暧昧游离态。这其实也容易理解，男女之间是否存在真正友谊的争论长久不衰。

其次，强连接和弱连接均适合来做二阶开发，但各自提供不同的角度。

强连接的劣势很明显。其一，站在单个强连接的角度，其贡献的新增相亲对象有限，大部分强连接的人脉已经在本人的连接中。其二，站在强连接整个集合的角度。强连接以本人为核心，形成了相互之间高度熟悉和互动的小群体，即使所有的强连接集合在一起，贡献的新增相亲对象也相对有限。不过强连接也具有独特的优势，就是可以为本人形成较强的推荐背书，为两个对象的交往做好足够的铺垫。

而弱连接恰好相反，其能提供较大的新增相亲对象的群体。但也是因为弱连接的原因，弱连接关系中的人介绍对象的动力不够强，同时为本人背书的权威性也堪忧。

所以，利用强弱连接做二阶开发的方式，也应该有所不同。在强连接中，尽量“死缠烂打”和“压榨”出新的人脉，让其拿出压箱底的“宝藏”和母胎单身的“陈年老酿”，提供新的相亲对象。在弱连接中，尽量立 Flag（树立“单身”旗帜），而且展现出“筑巢引凤”或“造海招龙”的开放心态，让弱连接关系中的人可以主动为自己介绍相亲对象，让明明是需求方的自己成为供给方的资源。

在《弱连接的力量》一文“封神”之后，学术界和工业界也逐步掀起了社交网络分析（Social Network Analysis, SNA）的大潮。SNA 是一种经典的数学工具，利用 SNA 能分析出整个社交网络中最重要的节点或者关系。

在社交网络中，每个人即是一个节点，人和人之间的连接或者关系即是边。于是，SNA 可以帮助本人连接到更多有价值的对象，最终完成婚恋目标。而又因为 SNA 可以量化、更加显性，远远比将人际关系粗分为强连接和弱连接要来得精准。

因此，利用 SNA 找到二阶开发的目标，更可以有的放矢。毕竟，处处且时时求偶，也不是让每个人都引以为傲的标签。

3. 核心节点

通过 SNA 中的各种分析手段，能够衡量一个社交网络中的核心节点（即朋友），并可寻找到更合适的二阶开发目标。常见的量化指标有度中心度（Degree Centrality）、接近中心度（Closeness Centrality）和中介中心度（Betweenness Centrality）等。

（1）度中心度。计算一个点的节点连接数，连接数越大表明其人脉越广，这种人就是“社牛”，可以考虑作为二阶开发的节点，去接触更多的相亲对象。但也要考虑到如果该社牛和本人是强连接，就意味着已有人脉有巨大的重复，能提供的增量有限。

（2）接近中心度。计算一个点到其他所有点的距离的总和，这个总和越小，就说明这个点到其他所有点的路径越短，也就说明这个点距离其他所有点越近，越处在整个网络的中心位置，这种人就是“社心”。

若一阶开发和二阶开发殆尽，但仍“待字闺中”，那么可以考虑引入“社心”作为三阶开发的重要节点。但是“中心”不是“重心”，他们距离中心近但可能人微言轻，并不能很好地起到引荐或者推荐的作用。比如北京电影学院的看门大爷或者大妈，并不能把你推荐给有艺术气质的异性并进行背书。顶多是能帮助伪装成外卖员的你离宿舍门更近一些，或者让对方下楼拿外卖的时候在屋檐下多待一会儿。

（3）中介中心度。计算一个点在整个网络中出现在最短路径之上的总次数，节点的中介中心度越高，在节点间的通信中所起的控制作用也越大，就越能在整个网络中起到“社交连通器”的作用。这种人就是“社连”。

特别是对于一些“求之不得，寤寐思服”¹的人，因为其距离本人的社交网络较远，这种“社连”就颇有价值。比如眼馋互联网行业的优质单身青年，但又不处在这个行业中，各大互联网公司的 HR 就是很好的“社连”目标。甚至在著名的二手社区“闲鱼”上，已经出现了提供给求偶单身青年的有偿内网发帖服务。服务者一般是互联网大厂的正式员工，他们收到服务费之后，会在其内部交流平台上，代发求偶帖并简单维护。每次服务只需要 100 元左右。用这个并不高的代价，就可以买到一个靠谱的“社连”，从而打入这个社交网络。

虽然社连的中介中心度高，但并不意味着通过其能直接连接上目标对象或者群

1 源自《国风·周南·关雎》，意为：追求她却无法得到她，因此日日夜夜思念她。

体，也可能需要“两度”或者“三度”的距离才能连接，因此还是要考虑三阶甚至四阶开发的可能。

如果进一步探究利用中介中心度做二阶或者三阶开发，还可以借鉴结构洞的概念。它是由芝加哥大学的 Ronald Burt 教授于 1992 年在其 *Structural Holes: The Social Structure of Competition* 一书中提出来的。

结构洞，指的是社会网络中若干个直接连接的群体或个体之间的空隙。处于这些空隙位置的个体，有机会连接不同的社交群体，从而获得更多的信息和资源（见图 6-4），处于结构洞中的个体往往就有较高的中介中心度。

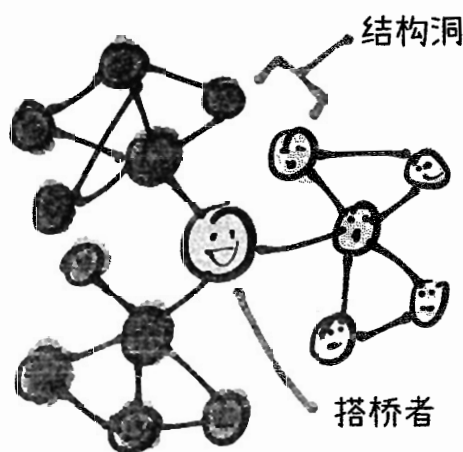


图 6-4

结构洞对于求偶中的个体有如下价值：可以有更广泛更多元的社交圈，认识更多数量、更多类型的潜在对象，实现充分的探索和挑选；可以有更大的信息优势，能够更“稳准狠”地找到合适的单身目标，而且还能随时更新其状态，不会错过任何前任和下任之间的“空窗期”。

朋友圈中的结构洞朋友其实不难找，难的是找到强连接的结构洞。而这里面或多或少存在一点矛盾。强连接的朋友，容易与本人形成高度互动、高度绑定的小团体，而缺乏时间、精力以及动力去开发和新群体的连接。而弱连接的结构洞，不一定愿意为自身提供牵线搭桥的服务。

因此最佳的结构洞朋友，应该是像舒婷的《致橡树》里面描绘的那样“仿佛永远分离，却又终身相依”。于是，这样的朋友更应该被称为“树洞”，也难怪在《花

样年华》中梁朝伟饰演的角色，在经历“白玫瑰”和“红玫瑰”之后，最后还是依赖树洞。在2023年“破圈”的电视剧《繁花》中也有类似的角度，虽然其大背景是大历史下的商战和情爱，但却是一部大爽剧，核心“爽点”是男主宝总在事业、爱情和友情方面的要风得风和多点开花。宝总的三个红颜知己玲子、汪小姐和李李，除了感情，还能在美食和事业上提供巨大的结构洞价值。玲子提供本帮家常菜（比如：宝总泡饭），对接上海本土的市井人脉资源；汪小姐提供本帮硬菜（比如：排骨年糕），对接政府以及当时最稀缺的外贸资源；李李提供港澳大餐（比如：霸王别姬和火焰大王蛇），对接南方系的金融资源。

爱情的搜索

上面这套寻求爱情的路径和算法，其实在互联网产品中早已被广泛应用，比如大家最常用的短视频和搜索引擎等。所以不管能否找到爱情，至少能在日常的点点滴滴中刷到了、搜到了、看到了各种令人欲罢不能的互联网内容。

PageRank 作为谷歌最基础的算法，是由其创始人拉里·佩奇提出和开发的，并以佩奇（Page）的名字命名，所以 PageRank 直译成中文应该是“佩奇排序”。最初用于评估网页的重要性和相关性，其核心理念是：一个网页的重要性，可以通过指向它的网页数量和质量来评估。如果将网页与潜在的相亲对象等价互换，以及将上网冲浪者与迫不及待的求偶者做等价互换，整个算法路径和寻找路径几乎完全一致。只是找到的一阶或者二阶开发的对象从人变成了网页，这是一个从人到物的过程。

然而，人和物本身就不应该彻底对立起来。首先，搞 Page（网页）公司的老板就是 Page（佩奇），PageRank 本身就是一个同时指向人和物的双关语。其次，人和物融合在一起反而有奇效。

各种内容平台对于短视频、长视频、书籍、小说等，目前都广泛使用了推荐算法，就是使用户和内容组成一张更大的“社交网络”。用户和用户之间的关系，通过他们共同喜欢或者厌恶某些内容来建立；而内容和内容之间的关系，通过它们被某些用户共同喜欢或者厌恶来建立。所以通过对近似内容的相同选择，能找到有相同爱好的用户；而通过对有相同爱好用户的串联，又能找到相同风格和水准的内容。从内容到人，然后从人到内容，再从内容到人……循环往复：平台不断把新内容推荐给用户，让其消费更多内容；平台也不断把可能的好友推荐给用户，让他们之间产生连接和互动。最终的目的都是让用户更加黏着在平台之上，这种算法被称为

但是在波澜壮阔的移动互联网大潮中却斩获颇丰，成功的项目包括易车、蔚来汽车和 Keep¹ 等。除了团队的格局、能力和努力之外，也源于他们在基金创立之初就选择了正确的战略路径。

这是从零到一的冷启动，很类似于上面婚恋市场的一阶和二阶开发。BAI 将一些顶级的 VC 基金作为结构洞或者高中介中心度的目标，要么直投这些基金成为 LP（有限合伙人），要么联合这些基金共同投资优秀公司成为“同股”。通过和结构洞建立起紧密的关系，接触到各领域的各式各样的顶级创业者，迈过了基金在创建之初最难的冷启动阶段，迅速崛起，成为创投圈中的核心力量之一。

第2节

爱，亦有术

世人常说，“相爱容易相处难，相守则是难上难”。

即使依据上面的恋爱指南“脱单”成功，爱情之路也才只开始了万里长征的第一步。相处过程总免不了各种争吵，而对象之间的不理解是争吵的主要原因，核心还是在于相爱的两点并不共线。

爱情几何的基础公理，两点不共线

平行线不相交和两点决定一条直线，是欧氏几何五大公理中的两个。所谓公理，就是不可争辩和无须证明的整个理论体系的基础。改变平行线不相交的公理，则得到非欧几何。这也是数学研究中的常见方法，通过改变最基础的公理体系或者改变边界及约束条件，不仅能得到新的结果，甚至能推演出一个新的领域。

在爱情领域中，如果改变两点确定一条直线的公理，则可以得到“爱情几何”。

这两点无法确定一条直线，即两点不共线，其实指的是，恋爱或者婚姻的双方

¹ 健身 App，其使命是帮助中国乃至全球更多的人更好地运动。

作为两个个体的点，总不在一条线上。男方总是停留在表象——关于解决方案的线上，而女方总是深藏于动机——关于情感连接的线上。在爱情几何中，相爱的这两点无法确定一条直线，是双方无休止争吵或者发生矛盾的原因。

两点不共线最常见的情况是，女方会觉得男方不懂自己。这和两个性别的人的思维差异有关系：女方抛出一个问题，男方很可能是根据问题寻找解决方案以及收获解决问题的成就感，而女方期盼的则是寻求问题背后的情绪落地以及情绪共鸣之后的连接感。所以，这是一个基于表象猜测动机的爱情游戏。

但是由于条件限制，直接根据表象猜测动机的挑战极大。既然是猜测，就有好几种可能的选项以及与之对应的概率。于是，用数学语言来描述就是：寻找使得 $P(\text{动机} | \text{表象})$ 这个概率最大的动机。其中， $P(\text{动机} | \text{表象})$ 的意思是：在某个表象出现的情况下，背后是某个动机的概率。但是直接估计 $P(\text{动机} | \text{表象})$ 的数值很难，甚至比较各种动机的 $P(\text{动机} | \text{表象})$ 的大小也非常有挑战性。

但是，如果利用贝叶斯定理来做逆向思维，可以解决动机猜测和概率估算的问题。根据朴素贝叶斯定理， $P(\text{动机} | \text{表象}) = P(\text{表象} | \text{动机})P(\text{动机})/P(\text{表象})$ 。逆向思维之所以成立，源于可以计算或者比较如下的参数。

- 动机发生的概率 $P(\text{动机})$ 较容易估计，根据日常生活的积累可以得到。
- 表象发生的概率 $P(\text{表象})$ 也较容易估计，根据日常生活的积累可以同样得到，而且在这里不是关键，因为表象就一个，我们只是在这里猜测表象下面的动机，所以 $P(\text{表象})$ 可以在这里作为常数，在各种动机之间比较的时候， $P(\text{表象})$ 的具体数值不影响结果。
- $P(\text{表象} | \text{动机})$ 是在具有某个动机的情况下该表象发生的概率，类似于根据原因估算结果的概率。而 $P(\text{动机} | \text{表象})$ 类似于根据结果猜原因的概率，因此估算 $P(\text{表象} | \text{动机})$ 要简单很多。

爱情几何的其他公理：瘦小

上面的解释依然复杂，可以用一个著名的真实生活案例来解释。

当女朋友说她“裤子皱了”（见图 6-6）时该怎么回答？大部分“直男”可能毫无反应继续玩手机，绝少部分的体贴“直男”可能会说：“我帮你烫平裤子吧。”虽然这个回答优秀了很多，但仍然在这道送分的“送命题”上折戟沉沙。

用贝叶斯定理来分析：

$$P(\text{动机} = \text{烫裤子} \mid \text{表象} = \text{喊裤子皱}) =$$

$$P(\text{表象} = \text{喊裤子皱} \mid \text{动机} = \text{烫裤子})P(\text{动机} = \text{烫裤子})/P(\text{表象} = \text{喊裤子皱})$$

首先，根据女朋友在外风光、在家“躺平”的作风， $P(\text{动机} = \text{烫裤子})$ 的概率不会很高，要“躺平”不要“烫平”。同时，如果真的打算烫平裤子而喊裤子皱了，这个概率也不会很高，即 $P(\text{表象} = \text{喊裤子皱} \mid \text{动机} = \text{烫裤子})$ 的概率不会很高，往往是想要烫裤子就直接吩咐男友去干活。因此两个概率相乘， $P(\text{动机} = \text{烫裤子} \mid \text{表象} = \text{喊裤子皱})$ 的数值不大。



图 6-6

接着，分析新的动机，喊着裤子皱了也许是要想买新衣服。

$$P(\text{动机} = \text{买新衣} \mid \text{表象} = \text{喊裤子皱}) =$$

$$P(\text{表象} = \text{喊裤子皱} \mid \text{动机} = \text{买新衣})P(\text{动机} = \text{买新衣})/P(\text{表象} = \text{喊裤子皱})$$

根据女朋友一定要“塞满衣柜”但不“塞满脑袋”的作风，买新衣的概率确实很高，即 $P(\text{动机} = \text{买新衣})$ 很高，远高于烫裤子的概率。但是女朋友在有买新衣的动机下，

喊着裤子皱的概率着实不高，即 $P(\text{表象} = \text{喊裤子皱} \mid \text{动机} = \text{买新衣})$ 不高。因为，女朋友平时想买新衣，要么是直接下命令，要么是暗示节日或者纪念日快到了，要么是说衣柜里的衣服太少，要么是“争风吃醋”羡慕闺蜜的各种新“装备”，要么是嫌弃自己当前的“装备”过时且不应季……总之，为了买新衣喊裤子皱的概率，都远比上述几种要低得多。

经过几轮的折磨之后，分析出新的动机，喊着裤子皱了也许是需要男友赞美她瘦了，以此获得认可和情绪价值。同时，在“我又瘦了”这个情绪点与审美观上，和男友深度连接。

$$P(\text{动机} = \text{渴望被认为瘦了} \mid \text{表象} = \text{喊裤子皱}) =$$

$$P(\text{表象} = \text{喊裤子皱} \mid \text{动机} = \text{渴望被认为瘦了})P(\text{动机} = \text{渴望被认为瘦了}) / P(\text{表象} = \text{喊裤子皱})$$

根据女朋友永远在减肥、永远希望更瘦、永远渴望被男朋友认为更瘦了的历史记录， $P(\text{动机} = \text{渴望被认为瘦了})$ 的概率很高，远高于前面的若干选择。同时，女朋友自认为的瘦不如别人认可的瘦，别人被动认可的瘦不如别人主动认可的瘦。根据这种小心思，渴望被人认可瘦而提示别人说她瘦了的概率很高，比如用裤子皱了来提示，即 $P(\text{表象} = \text{喊裤子皱} \mid \text{动机} = \text{渴望被认为瘦了})$ 的数值很大。最后，为了被男友认可瘦了而喊出裤子皱了的概率很高，也是分析的这些若干选项中最高的，显然其能成为最佳回复。

当然如果情商再高一些，补充一句其他的，效果会更好，比如这么说：“亲爱的，你又瘦了，我带你去吃点好吃的吧！”或者：“亲爱的，你又瘦了，我带你去买新衣服吧！”再或者即兴来一段单押的说唱：“裤子皱了，人又瘦了，妹妹你跟着我走，从此美食不忌口。”

还有更重要的，夸女朋友变瘦或者变年轻了，简直就是爱情几何中绝对正确的公理，正确率趋向于 100%。这样回应女朋友，即使不是最佳答案，也能“补血”几滴，多争取几分钟时间，想想更能够“求生”成功的回复。

第3节

爱，除了朱丽叶，还有傅里叶

有一首 20 世纪的“骨灰级”老歌《女孩的心思你别猜》，因为“你猜来猜去也猜不明白”。猜不明白，除了男孩阅历不够以及女孩心思变化太多之外，还可能是因为光注意音乐而没有顾上数学。

无论是老婆还是女朋友，心思总是变化太快，所以给人一种“阴晴不定”的感觉：出门前还开心走到街上就“变天”，今天还亲密无间明天就“仇深似海”……这些描述，有我们非常熟悉的味道，更有非常痛的领悟。但是仔细研究下来，发现这些不确定的性情，全都发生在时间轴的无规律变化上，所以才让人琢磨不定。按照数学术语来描述，就是在时域上性情无规律：老婆或女朋友的脾气是无厘头、不可理喻和杂乱无章的。

然而，从频率上观察，规律似乎就有迹可循了。比如在“生理周期”附近的发飙：每月总有那么几天，孩子定期的生病及吵闹等。又比如被“社会周期”左右的抓狂：“双 11”“双 12”¹又要到了，各种商场的促销季节等。再比如“家庭周期”临近的纠结：过年回哪里，理财产品到期等。还比如“个人周期”来到时的着急：涨薪晋升的时候、同学会的到来等。

要实现从时域到频域观察的转换，就需要用到数学中最经典的公式之一——傅里叶变换公式。在数学理论中，傅里叶变换在智力上给大家造成过不少痛苦。这堪比爱情故事中，朱丽叶²变心在感情上给大家造成的痛苦。

1 “双 11”指每年 11 月 11 日的网络促销日，源于淘宝商城（天猫）2009 年 11 月 11 日举办的网络促销活动，当时参与的商家数量和促销力度有限，但营业额远超预想的效果，于是每年的 11 月 11 日成为天猫举办大规模促销活动的固定日期。“双 11”已成为中国电子商务行业的年度盛事，并且逐渐影响到国际电子商务行业。“双 12”类似。

2 指朱丽叶·凯普莱特（Juliet Capulet），是英国文学家威廉·莎士比亚所著戏剧《罗密欧与朱丽叶》的女主人公。

因此，借用图 6-7 表示傅里叶变换的过程可能会更清晰一些。图的上半部分，显示的是老婆或女朋友杂乱无章毫无规律的情绪，在专业上讲属于“噪声”。在图 6-7 的下半部分，经过傅里叶变换之后， x 轴变成了情绪发生的频率或者周期， y 轴是按周期发生的显著程度。格局打开了，视野也清晰了很多，在周、月和年这三个周期上，情绪的表达特别强烈，容易按照这个周期规律发生一些貌似过激或者无厘头的事情，但其实它们在频率上又都有迹可循。而在每一个频率的背后，又有一些底层逻辑。

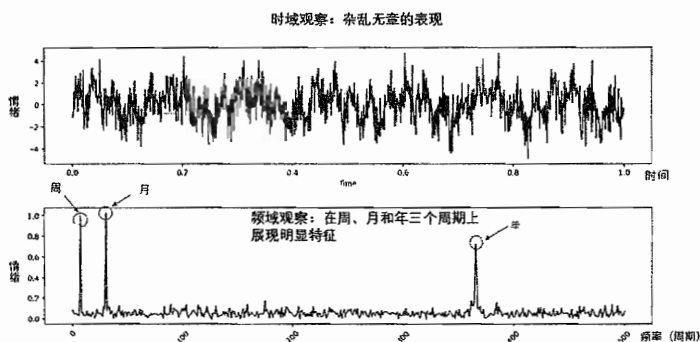


图 6-7

如果要在生活中运用傅里叶变换，最简单的方式是“横看成岭侧成峰”，转 90° ——换个角度、换个立场来思考问题：从正面看，庐山的山岭连绵起伏，找不出任何规律，如同对方的情绪；从侧面看，庐山的山峰耸立，若干座耸立的山峰拔地而起显出了几列大山，如同对方的周期（见图 6-8）。



图 6-8

因此，不要太过关注对方情绪的无规律起伏，而是换到对方的立场和站在周期的角度，分析目前的情绪是不是处在特定周期的波峰或者波谷，特别是把一些重要的周期牢记在心，这样才便于计算和比较，如生理周期、财务周期、家庭周期、购物周期等。

最后，数学是个好工具，能促进换位思考和人之间的理解。但是，不要让其成为炫耀的工具和戳破最后一丝体面的利器，否则反受其害。如果知道了频域内的答案，千万不要在时域内表达出来，要保持“我知道你的问题，但是不能让你知道我知道你的问题”。否则对方会觉得你在利用她的周期进行指责和归因，反而会制造更大的矛盾和麻烦。

第4节

爱你在心，口也要开

两个人的结合，其实也是两个家族的结合，必不可少要牵涉七大姑八大姨的复杂关系。较之 brother（兄弟）、sister（姐妹）、uncle（叔叔、舅舅）、aunt（姨妈、姑姑）、grandpa（爷爷、姥爷）和 grandma（奶奶、姥姥）解决三代内所有亲戚称谓的西方，中国对于亲戚称谓的体系极其复杂，甚至有人做出一个 App 供人查询，以确保各种称谓的准确性。因此在面对各种家庭聚会的时候，除了长得一张好脸、买得一手好礼之外，对长辈叫出一口准确的称谓也是加分项。

因为偏导所以偏心，不是想换就能换

但是，当遨游在中国复杂的亲戚称谓体系中的时候，会发现一些神奇的现象。

有一类称谓，满足小学时期的“乘法交换律”：爷爷的爸爸等于爸爸的爷爷，姥姥的妈妈等于妈妈的姥姥。但有更大一类不满足“乘法交换律”：爸爸的姥爷不等于姥爷的爸爸，爸爸的奶奶不等于奶奶的爸爸，爸爸的姥姥不等于姥姥的爸爸，妈妈的姥爷不等于姥爷的妈妈，妈妈的奶奶不等于奶奶的妈妈，妈妈的爷爷不等于

爷爷的妈妈。

用数学语言来描述就是：

- 上1代直系亲属的集合是 $A_1 = \{\text{爸爸, 妈妈}\}$ ，若 $a_1 \in A_1$ ，则 $a_1 = \text{爸爸, 妈妈}$ ，共有2个元素。
- 上2代直系亲属的集合是 $A_2 = \{\text{爷爷, 奶奶, 姥爷, 姥姥}\}$ 。若 $a_2 \in A_2$ ，则 $a_2 = \text{爷爷, 奶奶, 姥爷, 姥姥}$ ，共有4个元素。
- ……
- 上 n 代直系亲属的集合是 $A_n = \{A_{n-1} \text{中各元素的爸爸和妈妈}\}$ ，共有 2^n 个元素。
- $A(n) = A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n$ ，表示所有上 n 代内的直系亲属。
- $A = A_1 \cup A_2 \cup \cdots$ 表示所有直系亲属前辈，可以一直延展到早期智人。
- 定义一种数学运算符 $\&$ ，对于 $b_1, b_2 \in A$ ，定义 $b_1 \& b_2$ 表示一种亲戚关系即“某人的 b_1 的 b_2 ”。
- 根据上面的发现， $\&$ 不总是满足交换律。
- 当 $b_1, b_2 \in A(2)$ 时，只有在 $b_1 = b_2$ ，或者 $b_1 = \text{爸爸}$ 且 $b_2 = \text{爷爷}$ （或反之），或者 $b_1 = \text{妈妈}$ 且 $b_2 = \text{姥姥}$ （或反之）的情况下， $b_1 \& b_2$ 才满足交换律。

关于这个交换律不总是成立的原因，可以用二阶偏导数是否可交换的充分条件来解释：二阶偏导数可交换次序的充分条件，是二阶偏导数存在且连续。

在“爷爷的爸爸等于爸爸的爷爷”这个满足交换律的例子中，如果将“爷爷”和“爸爸”看成是两个求导操作，他们在家族血脉以及性别上都连续，所以满足偏导数存在且连续的充分条件，从而满足交换律，最终“爷爷的爸爸等于爸爸的爷爷”。用同样的方式，可解释“姥姥的妈妈等于妈妈的姥姥”满足交换律的问题。

而对于其他四个不满足交换律的问题，如果将“爸爸”“妈妈”“爷爷”“奶奶”“姥爷”“姥姥”看成不同的求导操作，当他们两两组合在一起并排除上述两种满足交换律的情况后，都会出现在家族血统或者性别上的不连续，以及两者同时不连续，所以不满足偏导数存在且连续的充分条件，最终不满足交换律（见图6-9）。

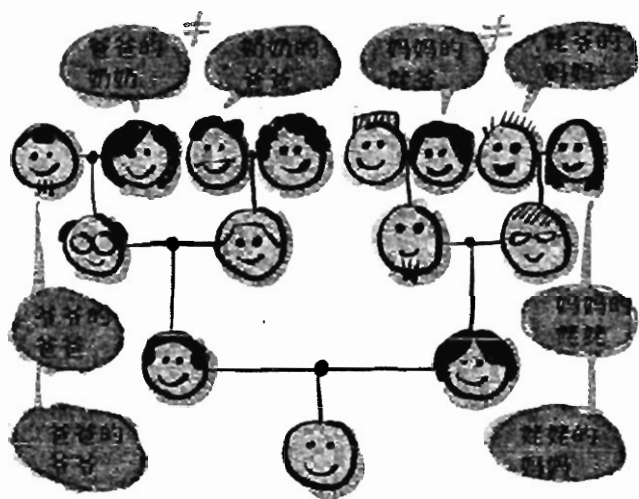


图 6-9

爱，除了距离还有方向

这个交换律满足与否的不确定性，其实源于我们的不太严谨的假设：上一代前辈的上两代前辈是我们的上三代前辈，因为一加二等于三；同时，上两代前辈的上一代前辈也是我们的上三代前辈，因为二加一等于三。因此前两者都是我们上三代前辈，如果再考虑到性别一致，他们是同一个人。

而这里发生偏差的原因恰恰在于：某个前辈到自己本人的距离，是一个“矢量”，而不是一个“标量”。矢量有方向，而标量无方向。

换个角度也可以理解矢量和标量的区别，因为中国人敬祖的传统，对于上两代甚至上三代之内的直系亲属都有唯一特定的称谓。然而上一代有 $2^1=2$ 个直系亲属，上两代有 $2^2=4$ 个直系亲属，上三代有 $2^3=8$ 个直系亲属，上四代有 $2^4=16$ 个直系亲属……所以只是确定前辈距离本人的辈分数，也万无可能唯一确定前辈是何人；即使加上性别判断，除去父母一代，也毫无可能确定前辈是何人。

因此，引入矢量的概念来表示某个前辈到本人的距离就很有必要，如图 6-10 所示， y 轴表示前辈到本人的辈分距离，用“辈度”来表示，类似地球上的纬度； x 轴表示前辈到本人的“母度”，表示从前辈到本人的路径中，距离纯父系传承的距离，类似地球上的经度。

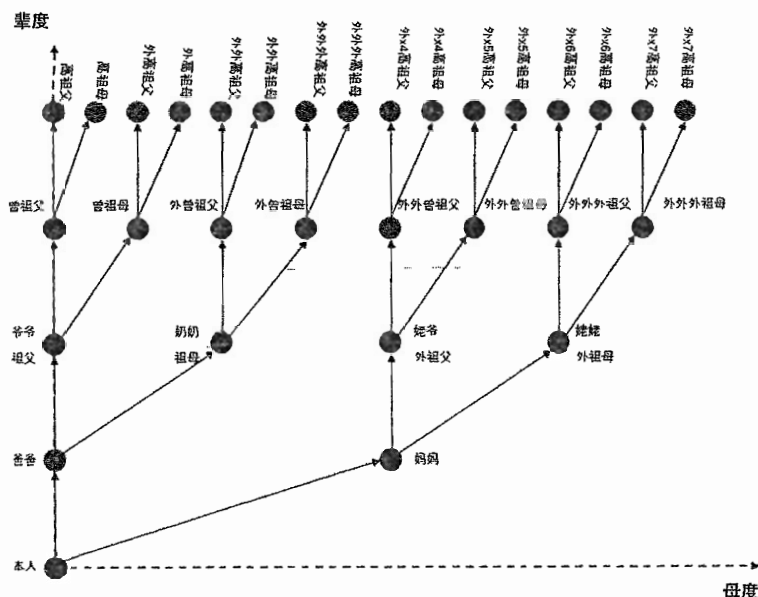


图 6-10

对于前辈的正式称呼，从往上第二代开始形成明显规律，其由三部分组成：外 $\times N$ + 代名 + 父 / 母。“代名”即为中国人从最粗俗的骂街到最正宗的祭祖所需要的祖宗八代，从往上第二代到往上第九代的代名分别为：祖、曾祖、高祖、天祖、列祖、太祖、远祖和鼻祖（口语中的爷爷即祖父，奶奶即祖母，姥爷即外祖父，姥姥即外祖母）。

而 N 的数量可以称为“外度”，即称谓中有多少个“外”。特别是当 $N=0$ 的时候，在称谓中不使用“外”。外度由 x 和 y 共同决定，即由辈度和母度来决定，可见“人类社会起源于母系”诚不我欺。

为了便于计算外度，考虑到“世上只有妈妈好”的原因，以妈妈距离本人的矢量作为归一化标准。妈妈距离本人的辈度为 1，即 $y=1$ ；妈妈距离本人的母度为 $2^8=64$ ，即 $x=64$ ，这里将祖宗八代作为一个标准单位，主要是为了保证祖宗八代所有人的母度都不小于 1。

同时，任何一个直系前辈 a_0 ，都可以用如下公式来表达： $a_1 \& a_2 \& \cdots \& a_n$ ，其中 $a_1, a_2, \cdots, a_n \in A_1 = \{\text{爸爸, 妈妈}\}$ ，而 n 为正整数，即辈度。如爷爷可表达为爸爸 & 爸爸（爸爸的爸爸），姥姥可表达为妈妈 & 爸爸（妈妈的爸爸），外曾祖父可表达为爸爸 & 妈妈 & 爸爸（爸爸的妈妈的爸爸）。这个过程可以被称为前辈的最小化分解 $F(a_0)$ 。

基于此，可以在对任何前辈做最小化分解之后，形成下面的“母/父”排列，并进行1/0赋值，其中妈妈为1而爸爸为0。从第一代开始往上，直到第 n 代， n 为该前辈的辈度。而自此之后，代数上的数字默认为零，最后形成一个二进制的数字，转化成十进制即为该前辈的母度。值得注意的是，此“代数”不是数学上的“代数”，而是辈分上的“代数”。

- 以外 $\times 7$ 高祖母为例：其为妈妈的妈妈的妈妈的妈妈，所以在第一到第四代皆为1；且辈度为4，所以第五到第九代皆为0；最后数字为111100000，母度为十进制的480。
- 以外曾祖父为例：其为爸爸的妈妈的爸爸，所以第一到第三代分别为0、1和0；且辈度为3，所以第四到第九代皆为0；最后数字为010000000，母度为十进制的128（见图6-11）。

	第一代	第二代	第三代	第四代	第五代	第六代	第七代	第八代	第九代
	1/0 母/父	1/0 母/父	1/0 母/父	1/0 母/父	1/0 母/父	1/0 母/父	1/0 母/父	1/0 母/父	1/0 母/父
外 $\times 7$ 高祖母	1	1	1	1	0	0	0	0	0
外曾祖父	0	1	0	0	0	0	0	0	0

图6-11

而外度，即“外”的数量 $=\lceil \text{母度} / 2^{10-\text{辈度}} \rceil = \lceil X / 2^{10-j} \rceil$ ，其中“ $\lceil \rceil$ ”为取整运算。将这个公式套入外 $\times 7$ 高祖母，“外”的数量 $=\lceil 480 / 2^{10-4} \rceil = \lceil 480 / 64 \rceil = 7$ ，证明满足。

因此，运用这个计算外度的公式，再辅以外 $\times N + \text{代名} + \text{父/母}$ 的万能公式，就可以准确而亲切地称呼任何代数的直系亲属了。

而对于 $a_i \in A_i$ ， $a_j \in A_j$ （其中 i 和 j 为正整数且 $i \geq j$ ）如果 $a_i \& a_j = a_i \& a_j$ ，则必然有 i 是 j 的倍数，且 $a_i = a_i \& a_j \& \dots \& a_j$ （共有 i/j 个 a_j ）。

从上面的推导可以看出，爸爸的爷爷 = 爷爷的爸爸，因为爷爷的辈度为2，是爸爸的辈度1的2倍，且爷爷 = 爸爸 & 爸爸。同理可以推导出妈妈的姥姥 = 姥姥的妈妈。而对于爸爸的姥爷 $\neq$ 姥爷的爸爸，就在于虽然姥爷的辈度是爸爸的辈度的2倍，但是姥爷 $\neq$ 爸爸 & 爸爸。

运用上面的推导，还可以找出一些更复杂的情况，如外外外外外高祖父的外祖父 = 外祖父的外外外外外高祖父，祖母的外外高祖母 = 外外高祖母的祖母……于是，各位在面见对方父母的时候，利用数学精准到函数和矢量层面来问候他们的长辈，或许能收到奇效。

爱的总结：链式思维导图

爱的链式思维导图（见图 6-12）总结了数学如何应用在“爱”的各类问题之上。

一开始将恋爱问题量化并引入概率，以最大谈恋爱次数和最晚结婚年龄为边界，计算开始谈恋爱的合适时间。然后再进一步量化，设定谈恋爱的标准，并通过估算合适人群的规模，来衡量标准的合理性。在设定目标之后，需要解决恋爱路径的问题，通过空间的变换，将恋爱问题转化到社交网络的几何空间，利用几何的方式寻找结构洞以及弱连接，最终帮助求偶者找到合适的对象。

但是相爱容易相处难，欧氏几何到非欧几何的演进是改变某些公理，如果改变一些基本假设或公理，可以得到“爱情几何”——男女双方永远不共线。因为男女双方相处的难点，很大程度上在于理解表象后面的动机。因为，女人要的是动机之后的情感共鸣，男人给的是表象之下的解决方案。通过在量化的过程中引入概率，探讨用贝叶斯定理的方式逆向思维，探讨女生语言和行为背后的真正动机。而这还不够，一些看似无厘头的坏情绪，当利用傅里叶变换从时域空间转换到频域空间之后，会发现无规律背后的周期性。

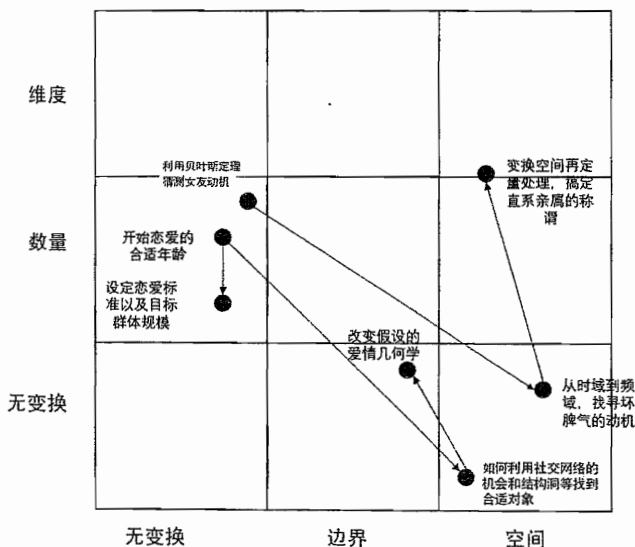


图 6-12

最后，爱情是两人相处的甜蜜，而两人一旦结合则是两个家庭组合的麻烦，这也是一个空间到另一个空间的转换。而其中，如何应对中国文化中复杂的直系亲属

后记

感谢树明、五边两位优秀作者的信任，我们一起经历十余轮“头脑风暴”和细节打磨，“悟出来的道理”系列第一本《开悟：数学黑客的生活之旅》终于出版了！

多个孩子怎么公平分配物品？怎么排队更节省时间？如何选择最适合自己的爱人？本书从一个个浅显易懂的身边小故事中挖出“有图有真相”的数字之趣，我初次开卷，就感叹作者思维角度之妙和配图契合度之高。

相信你读完本书，在生活中碰到与书中相似的画面时定能会心一笑，并想起故事背后有趣、有益的数理常识——“悟出来的道理”。无论是初读还是回看，都能有恍然大悟之感——我怎么没想到这一层呢？

这也是本书命名为“开悟”的由来之一！

在《开悟》之外，我们还在拓展这个系列：《顿悟》想讲一讲经济学与数学的底层关系，《领悟》想讲一讲心理学与数学之间的交互关系，《醒悟》想讲一讲数学作为基础学科的故事。

如果你读完本书意犹未尽，欢迎联系我们，聊一聊你的想法和感悟，或给我们提供建议，来改进本书及完善下一本书。